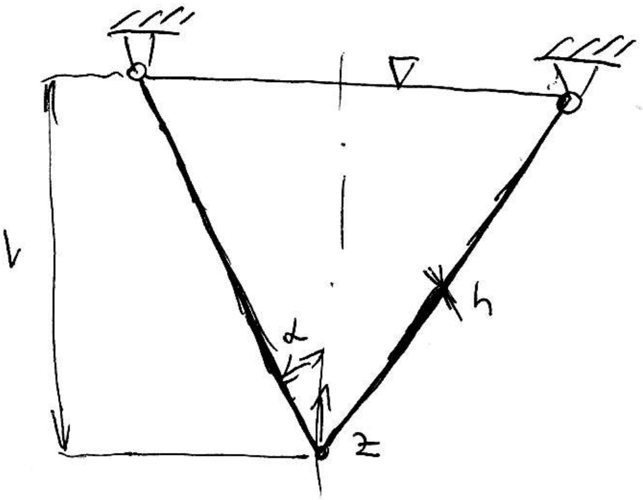
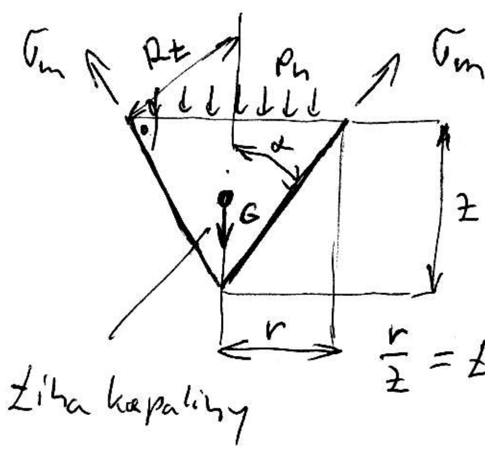
Př.: Stanovte σ_t ve stěně ocelové nádrže naplněné vodou. Tloušťka stěny $h = 4\,mm$, výška nádrže $L = 5\,m$, $\alpha = 20°$.



uvolnění:



$$\frac{r}{z} = tg\,\alpha$$

meridiánové napětí σ_m určíme z rovnováhy ve svislém směru:

$$\underset{[N]}{F_{\sigma_m}} - \underset{[N]}{G} - \underset{[N]}{F_{p_h}} = 0$$

$F_{\sigma_m} = \sigma_m \cdot \cos\alpha \cdot 2\pi \cdot r h$ – síla od σ_m

$G = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot z \cdot \rho \cdot g$ – tíha kapaliny v uvolněném prvku

$F_{p_h} = p_h \cdot \pi \cdot r^2$ – síla vzniklá tlakem kapaliny v hloubce $L-z$

$$\sigma_m \cdot \cos\alpha \cdot 2\pi \cdot r \cdot h - p_h \cdot \pi r^2 - \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot z \cdot \rho \cdot g = 0$$

poloměr r se mění s hloubkou proto ho vyjádříme jako funkci z: $r = z \cdot tg\,\alpha$, stejně tak $p_h = (L - z) \cdot \rho \cdot g$, tedy:

$$\sigma_m \cdot \cos\alpha \cdot 2\pi \cdot z \cdot tg\,\alpha \cdot h - (L-z) \cdot \rho \cdot g \cdot \pi \cdot z^2 tg^2\alpha - \frac{1}{3}\pi \cdot z^2 \cdot tg^2\alpha \cdot z \cdot \rho \cdot g = 0$$

$$\sigma_m \cdot \cos\alpha \cdot 2h - (L-z) \cdot \rho \cdot g \cdot z\, tg\,\alpha - \frac{1}{3}\rho \cdot g\, z^2 tg^2\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_m = \frac{\rho \cdot g \cdot tg\,\alpha}{2 \cdot h \cdot \cos\alpha} \cdot \left(z \cdot L - \frac{2}{3}z^2\right)$$

σ_t určíme z Laplaceovy rovnice:

$$\frac{\sigma_m}{R_m} + \frac{\sigma_t}{R_t} = \frac{p_h}{h}$$

$$R_m = \infty \; ; \; R_t = \frac{r}{\cos\alpha} = \frac{z \cdot tg\,\alpha}{\cos\alpha}$$

$$0 + \frac{\sigma_t}{R_t} = \frac{p_n}{h}$$

$$\underline{\underline{\sigma_t = \frac{p_n}{h} \cdot R_t = \frac{(l-z)\cdot \rho \cdot g}{h} \cdot \frac{z\,tg\,\alpha}{\cos\alpha}}}$$

Po dosazení zadaných hodnot získáme σ_m a σ_t je fci „z".

$$\sigma_t = \frac{(5-z)\cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot z \cdot tg\,20^\circ}{0{,}004 \cdot \cos 20^\circ} = \underline{0{,}95 \cdot 10^6 (5z - z^2)} \; [Pa]$$

$$\sigma_m = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot tg\,20^\circ}{2 \cdot 0{,}004 \cdot \cos 20^\circ} \cdot \left(z \cdot 5 - \frac{2}{3} z^2\right) = \underline{0{,}475 \cdot 10^6 \left(5z - \frac{2}{3} z^2\right)} \; [Pa]$$

Ke stanovení σ_{red} je třeba znát průběh napětí po výšce nádrže. Spočítáme σ_m, σ_t pro dno, respektive vršek nádrže. Určíme také max. hodnoty.

$\sigma_m (z=0) = 0$ MPa $\qquad \sigma_m (z=5) = 3{,}96$ MPa

$\sigma_t (z=0) = 0$ MPa $\qquad \sigma_t (z=5) = 0$ MPa

Maxima:

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial z} = 0{,}475 \cdot 10^6 \cdot \left(5 - \frac{4}{3} z\right) = 0 \Rightarrow z = \frac{15}{4} = \underline{3{,}75\,m}$$

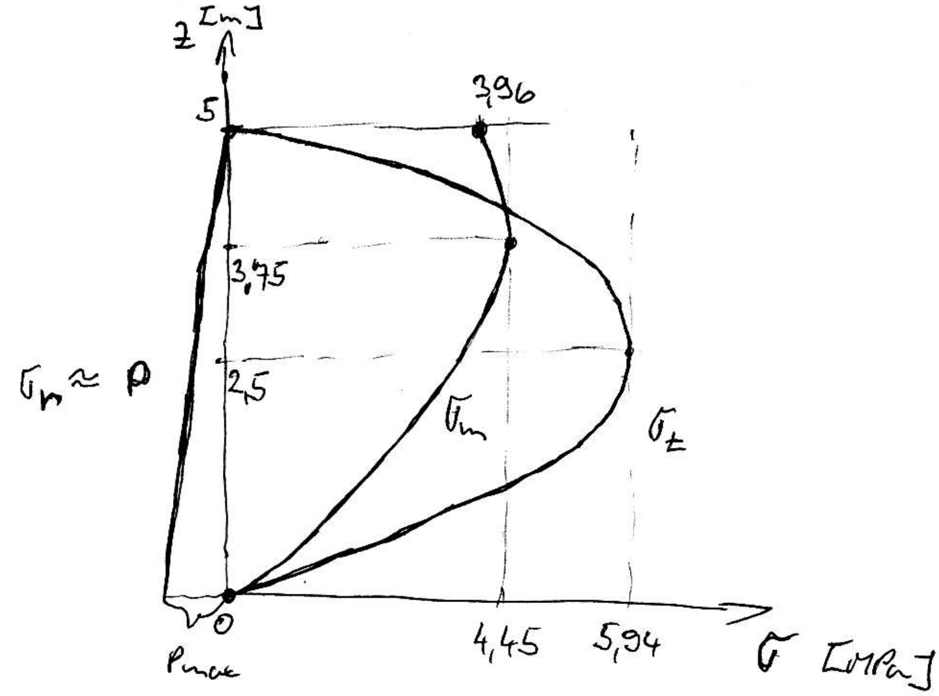
$$\sigma_m (z = 3{,}75) = \underline{4{,}45\,MPa}$$

$$\frac{\partial \sigma_t}{\partial t} = 0{,}95 \cdot 10^6 \cdot (5 - 2z) = 0 \Rightarrow z = \frac{5}{2} = \underline{2{,}5\,m}$$

$$\sigma_t (z = 2{,}5) = \underline{5{,}94\,MPa}$$

$$p_{max} = l \cdot \rho \cdot g = \underline{0{,}049\,MPa}$$

Průběhy napětí:



σ_{red} (max τ) $= \sigma_1 - \sigma_3$

Z průběhů napětí je zřejmé, že nejexponovanější místo nádrže je pro $z = 2{,}5\,m$. Proto stanovíme σ_{red} v tomto místě:

$$\sigma_{red} = \sigma_t(z=2{,}5) - \underbrace{\sigma_r(z=2{,}5)}_{\sim 0} = \underline{\underline{5{,}94\,MPa}}$$

Největší hodnota $\sigma_{red} = 5{,}94\,MPa$.