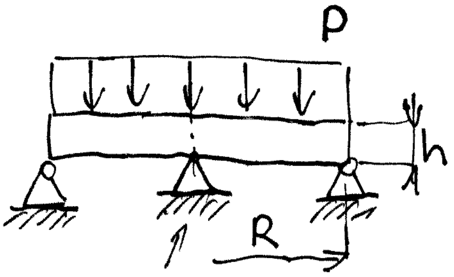
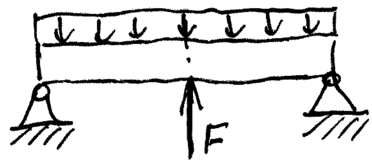
Př.: Určete bezpečnost k m.s. pružnosti desky dle obr.



podpora v ose desky

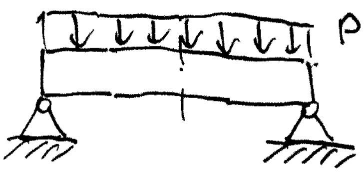
částečné uvolnění:

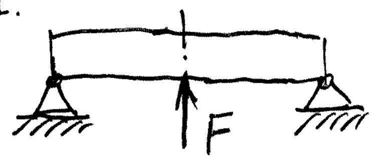


def. podmínka:

$$w(r=0)=0$$

Rozdělíme na 2 případy a řešíme samostatně:

I. 

$+$
II. 

I. $\left\| \begin{array}{l} r=0:\ \vartheta^{I}=0 \\ r=R:\ w^{I}=0 \\ r=R:\ m_r=0 \end{array} \right\| \Rightarrow \underline{\underline{C_2=0}}$ $\quad \vartheta_p^{I}=\frac{p\cdot r^3}{16B}$; $w_p^{I}=\frac{p\cdot r^4}{64B}$

$\Downarrow$

$$\vartheta^{I}(r)=C_1 r+\frac{p\cdot r^3}{16B}$$

$$w^{I}(r)=C_1\frac{r^2}{2}+C_3+\frac{p\cdot r^4}{64B}$$

dosadíme do zbývajících 2 okr. podmínek

$$\left.\begin{array}{l} C_1\frac{R^2}{2}+C_3+\frac{p\cdot R^4}{64B}=0 \\ -B\left(C_1+\frac{3pR^2}{16B}+\mu\, C_1\frac{pR^2}{16B}\right)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow C_1, C_3 .$$

II. $\left\| \begin{array}{l} r=0:\ \vartheta^{II}=0 \\ r=R:\ w^{II}=0 \\ r=R:\ m_r^{II}=0 \end{array} \right\| \Rightarrow \underline{\underline{C_2=0}}$ $\quad \vartheta_p^{II}=-\frac{F\cdot r}{4\pi B}\left(\ln r-\frac{1}{2}\right)$; $w_p^{II}=-\frac{F\cdot r}{8\pi B}\cdot(\ln r-1)$

obdobně jako v předchozím případě použijeme k určení C_1 ; C_3 .

C_1 a C_3 jsou nyní funkcí neznámé reakce F: $C_1=C_1(F)$

$C_3=C_3(F)$.

Reakci F určíme z deformační podmínky:

$$\| w(r=0)=0=w^{I}(r=0)+w^{II}(r=0) \Rightarrow \underline{\underline{F}} \|$$

Známe-li F dosadíme zpětně do rovnice pro ϑ^{II} a určíme m_r^{II} a m_t^{II} ze známých vztahů.

Určíme také m_r^I i m_t^I.

Potom výsledné liniové momenty budou:

$$m_{r(r)} = m_{r(r)}^{I} + m_{r(r)}^{II}$$

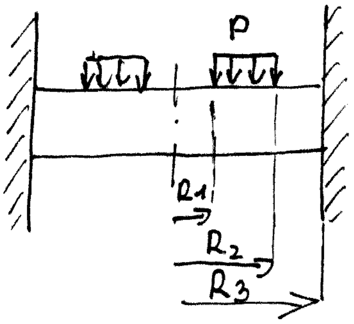
$$m_{t(r)} = m_{t(r)}^{I} + m_{t(r)}^{II}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{r,ax} &= \pm \frac{6 m_r}{h^2} \\ \sigma_{t,ax} &= \pm \frac{6 m_t}{h^2} \end{aligned}\right\}$$

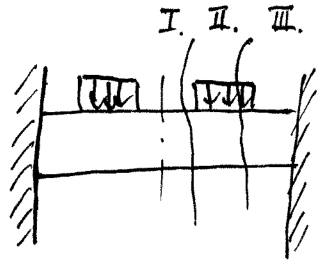
Jsou hlavní napětí.
Určíme $\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3$

$$k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_{red}}$$

Př.: Určete bezpečnost k m.s. pružnosti desky dle obr.



Protože se zatížení po průměru desky mění, rozdělíme ji na 3 oblasti:



I. $r \in \langle 0; R_1)$ .... $v^{I}, w^{I}, m_r^{I}, m_t^{I}$

II. $r \in \langle R_1; R_2 \rangle$ ... $v^{II}, w^{II}, m_r^{II}, m_t^{II}$

III. $r \in (R_2; R_3 \rangle$ ... $v^{III}, w^{III}, m_r^{III}, m_t^{III}$

Okrajové podmínky:

	rozhraní I - II:	rozhraní II - III:
$r = R_3: w^{III} = 0$	$r = R_1: v^{I} = v^{II}$	$r = R_2: v^{II} = v^{III}$
$r = R_3: v^{III} = 0$	$r = R_1: w^{I} = w^{II}$	$r = R_2: w^{II} = w^{III}$
$r = 0: v^{I} = 0$	$r = R_1: m_r^{I} = m_r^{II}$	$r = R_2: m_r^{II} = m_r^{III}$

$\cancel{v^{I} = C_1 R_1 + \frac{C_2}{R_1} + v_p^{I}}$

obecně:

(1) $v^{I} = C_1 r + \frac{C_2}{r} + v_p^{I}$

(2) $v^{II} = C_4 r + \frac{C_5}{r} + v_p^{II}$

(3) $v^{III} = C_7 r + \frac{C_8}{r} + v_p^{III}$

(4) $w^{I} = C_1 \frac{r^2}{2} + C_2 \ln r + C_3 + w_p^{I}$

(5) $w^{II} = C_4 \frac{r^2}{2} + C_5 \ln r + C_6 + w_p^{II}$

(6) $w^{III} = C_7 \frac{r^2}{2} + C_8 \ln r + C_9 + w_p^{III}$

(7) $m_r^{I} = -B\left(\frac{dv^{I}}{dr} + \mu \frac{v^{I}}{r}\right)$

(8) $m_r^{II} = -B\left(\frac{dv^{II}}{dr} + \mu \frac{v^{II}}{r}\right)$

(9) $m_r^{III} = -B\left(\frac{dv^{III}}{dr} + \mu \frac{v^{III}}{r}\right)$

dosadíme za v a za příslušné derivace $\frac{dv}{dr}$

Máme nyní 9 rovnic o 9 neznámých $C_1 - C_9$.

Pro řešení takto definované soustavy rovnic je vhodné použít maticového zápisu a řešení provést např. Gaussovou eliminací.

Okrajové podmínky na rozhraní I-II a II-III upravíme do formy*:

$$\boxed{\begin{array}{ll} v^{I} - v^{II} = \text{konst.} & v^{II} - v^{III} = \text{konst.} \\ w^{I} - w^{II} = \text{konst.} & w^{II} - w^{III} = \text{konst.} \\ m_r^{I} - m_r^{II} = \text{konst.} & m_r^{II} - m_r^{III} = \text{konst.} \end{array}}$$

a sestavíme matici pro neznámé koeficienty $C_1 - C_9$ následovně:

$$\begin{array}{ccccccccc} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & C_7 & C_8 & C_9 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R_3^2}{2} & \ln R_3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_3 & \frac{1}{R_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_1 & \frac{1}{R_1} & 0 & -R_1 & -\frac{1}{R_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R_1^2}{2} & \ln R_1 & 1 & -\frac{R_1^2}{2} & -\ln R_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & & & & \vdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \text{konst.} \\ \text{konst.} \\ \vdots \\ \cdot \end{bmatrix}$$

Bezpečnost po určení $C_1 - C_9$ stanovíme klasickým způsobem.

---

* Členy s koeficienty $C_1 - C_9$ převedeme na levou stranu rovnice, konstantní členy na pravou stranu. Pravá strana bude obecně rovna konstantě, bude-li např. $v_p^{I} = v_p^{II} = 0$, pak bude i příslušná pravá strana rovnice rovna 0.