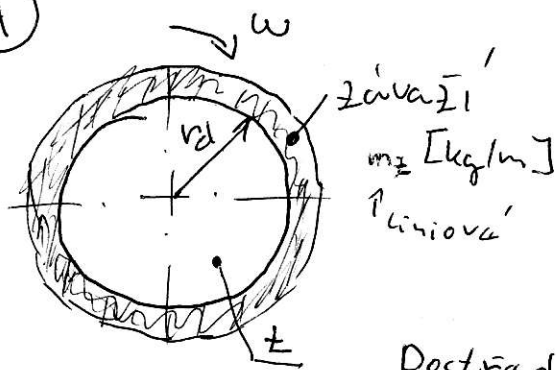


Zkontrolujte bezpečnost volující kruhové stěny, zatížené na vnějším obvodu odstředivými silami od závaží o hmotnosti ... kg/m délky obvodu. Včetně změny průměru stěny.

2 varianty: A) bez vn. otvoru; B) s vnitřním otvorem

(A)



dáno: $r_d = 200 \text{ mm}$ $\mu = 0,3$
 $\omega = 4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ $\sigma_k = 200 \text{ MPa}$
 $t = 50 \text{ mm}$ $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $m_z = 30 \text{ kg/m}$
 $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$

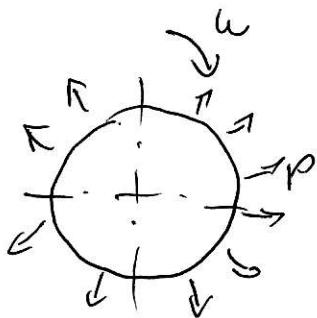
Dostředivá (odstředivá) síla:

$$F_d = m \cdot r_d \cdot \omega^2$$

$$m = m_z \cdot 2\pi \cdot r_d = 30 \cdot 2\pi \cdot 0,2 = 37,7 \text{ kg}$$

$$F_d = 37,7 \cdot 0,2 \cdot 4^2 = 120,6 \text{ N}$$

$$p = \frac{F_d}{S} = \frac{F_d}{2\pi \cdot r_d \cdot t} = \frac{120,6}{2\pi \cdot 0,2 \cdot 0,05} = 1920 \text{ Pa}$$



$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} - \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

$$\sigma_t = A + \frac{B}{r^2} - \frac{1+3\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^2$$

$$\sigma_z = 0$$

OP: $r = r_d : \sigma_r = p$

$r = 0 : \sigma_r = \sigma_t = A ; B = 0$

$$r = r_d : \sigma_r = A - \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_d^2 = p$$

$$A = p + \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_d^2$$

$$A = 1920 + \frac{3+0,3}{8} \cdot 7850 \cdot 4^2 \cdot 0,2^2 = 3992,4 \text{ Pa}$$

$$\sigma_n (r=0) = A = \underline{\underline{3992,4 \text{ Pa}}} = \sigma_z (r=0)$$

$$\sigma_{\text{rad}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_n - \sigma_z = \underline{\underline{3992,4 \text{ Pa}}}$$

$$k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_{\text{rad}}} = \frac{200 \cdot 10^6}{3992,4} = \underline{\underline{50000}} \leftarrow \text{bezpečnost k úsilnosti}$$

Známa geometria:

$$u = C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r} - \frac{1-\mu^2}{8E} \cdot \rho \cdot r^3 \cdot \omega^2$$

$$A = \frac{E}{1-\mu} \cdot C_1 \Rightarrow C_1 = A \cdot \frac{1-\mu}{E} = 3992,4 \cdot \frac{1-0,3}{2,1 \cdot 10^{11}} = \underline{\underline{1,33 \cdot 10^{-8} \text{ []}}}$$

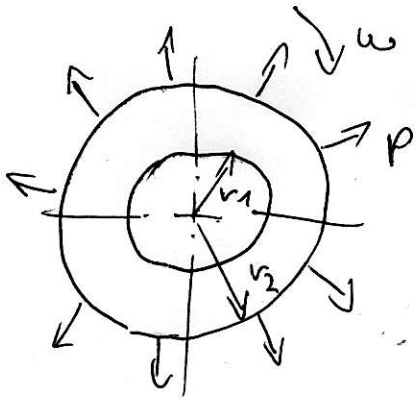
$$B = \frac{E}{1+\mu} \cdot C_2 \Rightarrow C_2 = B \cdot \frac{1+\mu}{E} \Rightarrow C_2 = 0$$

$$u = C_1 \cdot r_d - \frac{1-\mu^2}{8E} \cdot \rho \cdot r_d^3 \cdot \omega^2 =$$

$$= 1,33 \cdot 10^{-8} \cdot 0,2 - \frac{1-0,3^2}{8 \cdot 2,1 \cdot 10^{11}} \cdot 7850 \cdot 0,2^3 \cdot 4^2 = \underline{\underline{2,12 \cdot 10^{-9} \text{ m}}}$$

(B) Jako (A) pouze s vn. otvorem $r_1 = 100 \text{ mm}$.

$$r_2 = r_d = 200 \text{ mm}$$



$$p = 1920 \text{ Pa} \text{ viz varianta A}$$

$$\text{OP: } r = r_1: \sigma_r = 0$$

$$r = r_2: \sigma_r = p$$

$$r = r_1: A - \frac{B}{r_1^2} - \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1^2 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$r = r_2: A - \frac{B}{r_2^2} - \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_2^2 = p$$

$$B \left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2} \right) + \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 (r_1^2 - r_2^2) - p = 0$$

$$B \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{r_1^2 \cdot r_2^2} \right) + \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 (r_1^2 - r_2^2) - p = 0$$

$$-B = p \cdot \frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{r_1^2 - r_2^2} - \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 r_1^2 \cdot r_2^2$$

$$B = p \cdot \frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2$$

$$B = 1920 \cdot \frac{0,1^2 \cdot 0,2^2}{0,2^2 - 0,1^2} + \frac{3+0,3}{8} \cdot 7850 \cdot 4^2 \cdot 0,1^2 \cdot 0,2^2 =$$

$$= \underline{46,324 \text{ N}}$$

$$A = \frac{B}{r_1^2} + \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_1^2 =$$

$$= \frac{46,324}{0,1^2} + \frac{3+0,3}{8} \cdot 7850 \cdot 4^2 \cdot 0,1^2 = \underline{5150,5 \text{ Pa}}$$

Bezpečnost vůči MS pružnosti:

$$\sigma_r(r=r_1) = 0; \quad \sigma_z = 0; \quad \sigma_t(r=r_1) = \underline{9484,6 \text{ Pa}}$$

$$\sigma_{\text{rad}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_t(r=r_1) - \sigma_r(r=r_1) = \underline{9484,6 \text{ Pa}}$$

$$k_k = \frac{\bar{\sigma}_k}{\bar{\sigma}_{rad}} = \frac{200 \cdot 10^6}{9484,6} \doteq \underline{\underline{21087}}$$

Posunutí poloměru v_2 :

postup viz var. A

$$C_1 = 1,72 \cdot 10^{-8} \text{ [-]}$$

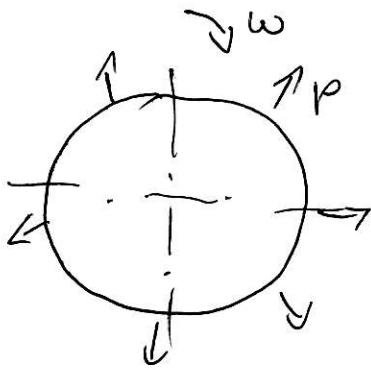
$$C_2 = 2,87 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$\underline{\underline{\mu = 4,32 \cdot 10^{-9} \text{ m}}}$$

Př.: Určete přírustek otáčky (mazi) kruhové stěny, zatížené na vnějším obvodu tlakem p . Určete změnu vnějšího průměru stěny.

Var. (A) kruhová s. - (B) mezikruhová s.

(A) Charakteristiky viz. předcházející příklad.
 $rd = 200 \text{ mm}$; $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$; $\mu = 0,3$; $\sigma_k = 200 \text{ MPa}$;
 $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$; $k_k = 2$; $\omega = ?$; $p = \frac{100}{50} \text{ MPa}$



$$\text{OP: } r = rd = r_n = r$$

$$r = 0: \sigma_r = \sigma_z = A; B = 0$$

S využitím předchozího příkladu:

$$A = p + \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot rd^2; \quad \omega = 2\pi n$$

$$A = p + \frac{3+\mu}{8} \cdot \rho \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot rd^2$$

$$n = \sqrt{\frac{8(A-p)}{(3+\mu) \cdot \rho \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot rd^2}}$$

$$n = \sqrt{\frac{8(100 \cdot 10^6 - 50 \cdot 10^6)}{(3+0,3) \cdot 7850 \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot 0,2^2}} = \underline{\underline{98,9 \text{ s}^{-1}}}$$

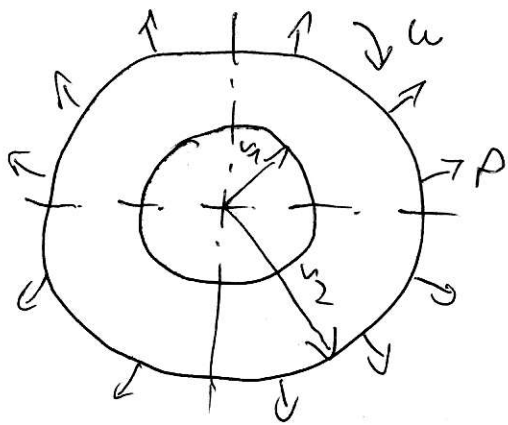
$$\sigma_{\text{rad}} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_r(r=0) - \sigma_z = A$$

$$\sigma_{\text{rad}} = \frac{\sigma_k}{k_k} = \frac{200}{2} = \underline{\underline{100 \text{ MPa}}} \Rightarrow A = 100 \text{ MPa}$$

$$C_1 = 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ [J]}; \quad C_2 = 0$$

$$\underline{\underline{u = 5,35 \cdot 10^{-5} \text{ m}}}$$

Varianta (B) mezikruhová stěna : $r_1 = 100 \text{ mm}$; $r_2 = 200 \text{ mm}$



$$\text{OP: } u=r_1 : \sigma_r = 0$$

$$u=r_2 : \sigma_r = p$$

$$p = 20 \text{ MPa} ; k_k = 2$$

$$\sigma_k = 200 \text{ MPa} ; \rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 0,3 ; E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$B = p \cdot \frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{3+\mu}{8} \cdot p \cdot \omega^2 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2$$

$$A = p \cdot \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{3+\mu}{8} \cdot p \cdot \omega^2 \cdot (r_1^2 + r_2^2)$$

$$\sigma_{rad} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{\pm}(r=r_1) - \underbrace{\sigma_r(r=r_1)}_0$$

$$\sigma_{rad} = \frac{\sigma_k}{k_k} = \frac{200}{2} = 100 \text{ MPa} = \sigma_{\pm}(r=r_1)$$

$$\sigma_{\pm}(r=r_1) = A + \frac{B}{r_1^2} - \frac{1+3\mu}{8} \cdot p \cdot \omega^2 \cdot r_1^2 =$$

$$= \frac{3+\mu}{8} \cdot p \cdot \omega^2 (r_1^2 + 2r_2^2) - \frac{1+3\mu}{8} \cdot p \cdot \omega^2 \cdot r_1^2 + 2p \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\sigma_{\pm}(r=r_1) - 2p \cdot \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}}{p \cdot \left(\frac{3+\mu}{8} (r_1^2 + 2r_2^2) - \frac{1+3\mu}{8} \cdot r_1^2 \right)}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^6 - 2 \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot \frac{0,2^2}{0,2^2 - 0,1^2}}{7850 \cdot \left(\frac{3+0,3}{8} (0,1^2 + 2 \cdot 0,2^2) - \frac{1+3 \cdot 0,3}{8} \cdot 0,1^2 \right)}} = \underline{\underline{413,61 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \underline{\underline{65,83 \text{ s}^{-1}}}$$

$$C_1 = 1,81 \cdot 10^{-4} \text{ [J]} ; C_2 = 3,02 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\underline{\underline{u = 4,55 \cdot 10^{-5} \text{ m}}}$$