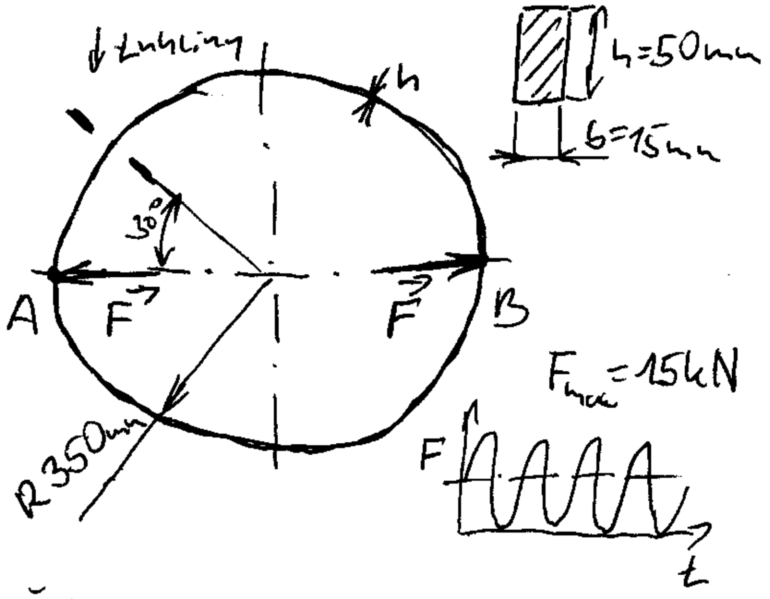
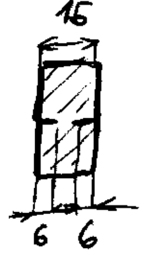
Př.: U tělesa dle obr. byla zjištěna trhlina. Těleso je namáháno míjivým cykl. zat. Posuďte chování trhliny a zbytkovou životnost tělesa, je-li $K_{IC} = 70\ MPa\cdot m^{1/2}$, $\sigma_K = 350\ MPa$; $\sigma_{Pt} = 500\ MPa$; $K_{th} = 3\ MPa\cdot m^{1/2}$. ~~a~~



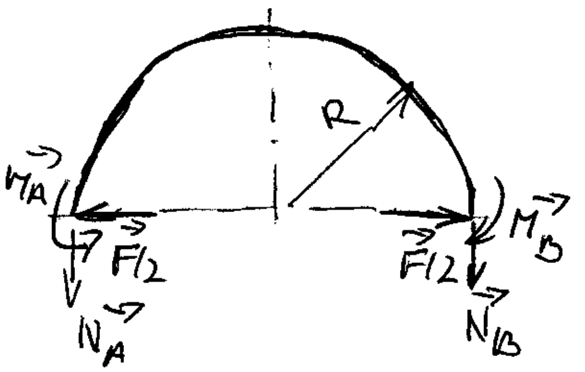
V místě trhlin:



2 trhliny o velikosti: a=6mm

Těleso je 3x SN, ale s využitím 2 os symetrie se stupeň stat. neurčitosti sníží na 1.

Částečné uvolnění:



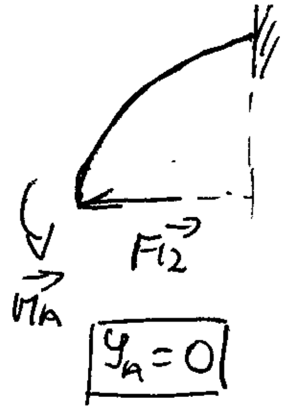
ze symetrie:

$N_A = N_B$

$M_A = M_B$

$\Sigma M_B:\ N_A\cdot 2R + M_A - M_B = 0$

$\underline{\underline{N_A = 0 = N_B}}$



SR: $N - \frac{F}{2}\cdot\sin\alpha = 0$

$N = \frac{F}{2}\sin\alpha$

$T - \frac{F}{2}\cos\alpha = 0$

$T = \frac{F}{2}\cos\alpha$

$\Sigma M_R:\ M_A + M_O - \frac{F}{2}R\cdot\sin\alpha = 0$

$M_O = \frac{F}{2}R\cdot\sin\alpha - M_A$

Moment M_A určíme z Castiglianovy věty a podmínky $y_A = 0$.

$$\varphi_A = \int_0^{\pi/2} \frac{M_O}{E\cdot J} \cdot \frac{\partial M_O}{\partial M_A} \cdot R \cdot d\alpha = 0 \qquad \frac{\partial M_O}{\partial M_A} = -1$$

$$\varphi_A = \int_0^{\pi/2} \frac{(\frac{F}{2}\cdot R \cdot \sin\alpha - M_A)\cdot(-1)}{E\cdot J} \cdot R\, d\alpha = 0$$

$$\varphi_A = \frac{R}{EJ} \cdot \left[M_A \cdot \alpha + \frac{F}{2} R \cdot \cos\alpha \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{M_A = \frac{F\cdot R}{\pi}}}$$

$$\underline{M_O = \frac{F}{2}\cdot R \cdot \sin\alpha - \frac{F\cdot R}{\pi}}$$

Ohybový moment v místě trhlin:

$$M_O(30^\circ) = \frac{F}{2}\cdot R \cdot \sin 30^\circ - \frac{F\cdot R}{\pi} = \frac{15000}{2} \cdot 350 \cdot \sin 30^\circ - \frac{15000\cdot 350}{\pi} =$$

$$= \underline{\underline{358\,627 \text{ Nmm}}}$$

Napětí v místě trhlin:

$$\sigma_O = \frac{M_O(30^\circ)}{W_O} = \frac{358\,627}{\frac{15\cdot 50^2}{6}} = \underline{\underline{57{,}38 \text{ MPa}}} \qquad \sigma_N = \frac{F}{S} = \frac{N}{S} = \frac{\frac{F_{max}}{2}\cdot \sin 30^\circ}{b\cdot h} =$$

$$= \frac{\frac{15000}{2}\cdot \sin 30^\circ}{15\cdot 50} = \underline{\underline{5 \text{ MPa}}}$$

2 možná řešení pro K_I:

1) $K_I = K_I^{ohyb} + K_I^{tah}$ (správnější varianta)

nebo 2) $\sigma_{nom} = \sigma_O + \sigma_N \Rightarrow K_I^{ohyb} = K_I$ (jednodušší varianta, která zcela neodpovídá situaci, ale stačí jen jeden výpočet K_I)

Vypočítáme obě varianty:

1) $K_I^{ohyb} = \sigma_O \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot f_{ohyb}\left(\frac{a}{h}\right) \qquad \frac{a}{h} = \frac{6}{50}$

$$f_{ohyb}\left(\frac{a}{h}\right) = \frac{\frac{4}{3\pi}\cdot\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{a}{h}\right) + \frac{3}{8}\left(\frac{a}{h}\right)^2 + \frac{5}{16}\left(\frac{a}{h}\right)^3\right] - 0{,}47\left(\frac{a}{h}\right)^4 + 0{,}663\left(\frac{a}{h}\right)^5}{\sqrt{\left(1-\frac{a}{h}\right)^3}} = \underline{0{,}548}$$

$$K_I^{tah} = \sigma_N \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot f_{tah}\left(\frac{a}{h}\right)$$

$$f_{tah}\left(\frac{a}{h}\right) = \frac{1{,}122 - 0{,}561\cdot\left(\frac{a}{h}\right) - 0{,}205\left(\frac{a}{h}\right)^2 + 0{,}471\left(\frac{a}{h}\right)^3 - 0{,}19\left(\frac{a}{h}\right)^4}{\sqrt{1-\frac{a}{h}}} = \underline{1{,}126}$$

$$K_I = K_I^{ohyb} + K_I^{tah} = 4{,}32 + 0{,}77 = \underline{\underline{5{,}09\ MPa\cdot\sqrt{m}}}$$

$$K_I^{ohyb} = 57{,}38 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0{,}006} \cdot 0{,}548 = \underline{4{,}32\ MPa\sqrt{m}}$$

$$K_I^{tah} = 5 \cdot \sqrt{0{,}006 \cdot \pi} \cdot 1{,}126 = \underline{\underline{0{,}77\ MPa\sqrt{m}}}$$

2) $\sigma_{nom} = \sigma_o + \sigma_N = 57{,}38 + 5 = \underline{62{,}38\ MPa}$

$$K_I = \sigma_{nom} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot f_{ohyb}\left(\frac{a}{h}\right) = 62{,}38 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0{,}006} \cdot 0{,}548 = \underline{\underline{4{,}69\ MPa\sqrt{m}}}$$

Oba postupy výpočtu K_I jsou možné. První postup je přesný, druhý za cenu menší chyby jednodušší. Pro větší normálové zatížení by ovšem chyba narůstala, takže uvedeného zjednodušení je možno využít pro $\sigma_o >> \sigma_N$.

Zhodnocení:

K_{th} ($3\ MPa\sqrt{m}$) $<$ K_I ($5{,}09\ MPa\sqrt{m}$) $<$ K_{Ic} ($70\ MPa\sqrt{m}$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ trhlina se bude stabilně šířit

V tomto případě můžeme za pomoci Parisova vztahu:

$da/dN = A \cdot K_I^m$ vypočítat zbytkovou životnost tělesa.