

$P_{\text{v}}:$  U konstrukce dle obr. učítka:

a) stykové síly ve vazbách

b) najděte nejvíce zatížený prut

c) které prvky by šly kvůli odlehčení konstrukce nahradit kabelem?

zatížení konstrukce: plochová tabulka o  $m = 1,2 \text{ kg} \approx 12 \text{ N}$ .

---

1) Klasifikace vazeb: A... kotvení; B... v. lanem

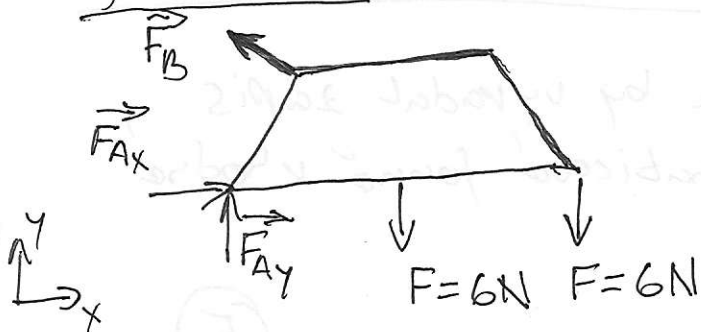
Další řešení rozdělíme na 2 části:

I) nejprve budeme celou konstrukci považovat za 1 těleso a vyšetříme stykové síly ve vazbách A, B

II) Na základě vnitřní rovnováhy konstrukce stanovíme síly v jednotlivých prutech, což nám umožní získat podklady k odpovědi na otázky položené v zadání.

ad I): 2) kinematický vozbah, obec. rovín. úloha  
$$i = 3 - \binom{A}{2} \binom{B}{1} = \underline{\underline{0}}$$
 - těleso (soustava) se nemůže pohybovat

3) Vvolnění:



4) Stat. vozbah:

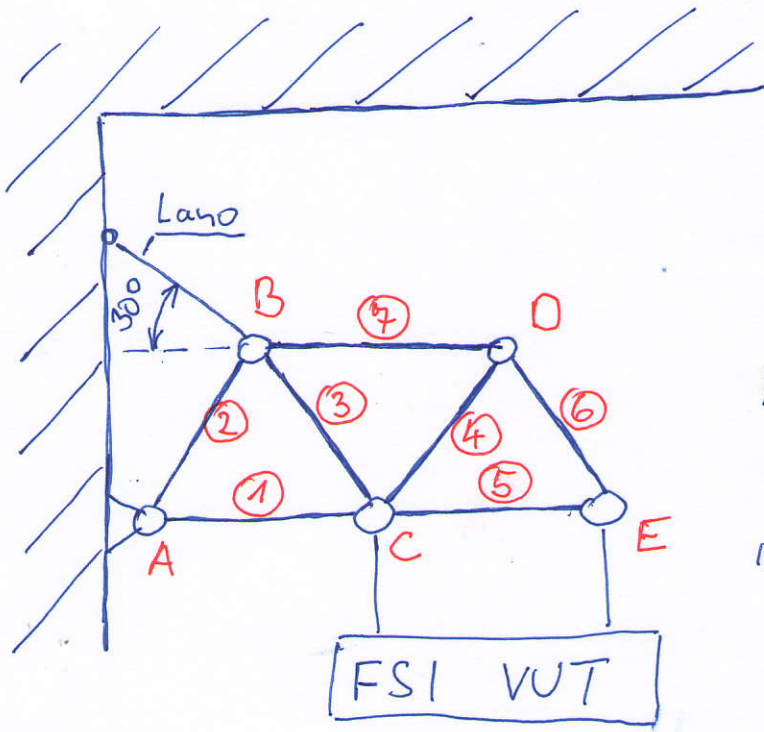
$$NP = \{F_{Ax}, F_{Ay}, F_B\}$$

$$\mu = 3; \nu = 3$$

$$\mu = \nu \quad \mu_r + \mu_m \leq \nu$$

$$\underline{\underline{3 = 3}} \quad \underline{\underline{0 + 0 < 1}}$$

Stat. učítka



Konstrukce dříví  
 tabuli s nápisem.  
 Konstrukce bude  
 modelována jako  
 "prutová soustava".

(2)

5) Syst. statických rovníc rovnováhy + řešení

$$\sum F_x = 0: F_{Ax} - F_B \cdot \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow F_{Ax} = F_B \cdot \cos 30^\circ = 15,6 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0: F_{Ay} - 2F + F_B \cdot \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow F_{Ay} = 2F - F_B \cdot \sin 30^\circ = 3M$$

$$\sum M_A = 0: F \cdot 0,5 + F \cdot 1 - F_B \cdot 0,5 = 0 \Rightarrow F_B = 3F = 18 \text{ N}$$

Zopakujme si zápis stat. rovnic v maticové formě.

Výše uvedená rovnice lze zapsat také ve formě:  $A \cdot x = b$

$$\begin{bmatrix} F_{Ax} & F_{Ay} & F_B \\ 1 & 0 & -\cos 30^\circ \\ 0 & 1 & \sin 30^\circ \\ 0 & 0 & -0,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_{Ax} \\ F_{Ay} \\ F_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2F \\ -1,5F \end{bmatrix}$$

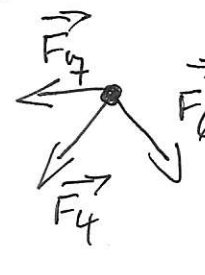
6) Zhodnocení:

Vazba B je realizována na pomoci lana. Kladná hodnota stýk. síly  $F_B$  ( $F_B = 18 \text{ N}$ ) naznačuje, že vazba B je funkční a předpoklady učiněné před začátkem řešení byly správné.

ad II) Určení velikostí sil působících na pruhy

3) Uvolnění jednotlivých stýček

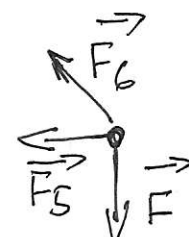
(D)



$$\sum F_x: -F_7 - F_4 \cdot \cos 60^\circ + F_6 \cdot \cos 60^\circ = 0 \quad (9)$$

$$\sum F_y: -F_4 \cdot \sin 60^\circ - F_6 \cdot \sin 60^\circ = 0 \quad (10)$$

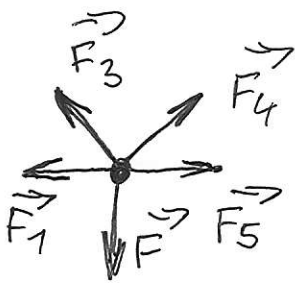
(E)



$$\sum F_x: -F_5 - F_6 \cdot \cos 60^\circ = 0 \quad (5)$$

$$\sum F_y: -F + F_6 \cdot \sin 60^\circ = 0 \quad (6)$$

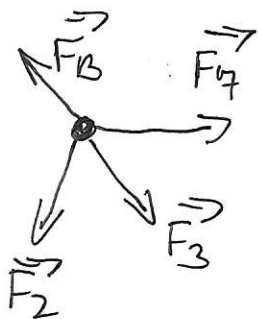
(C)



$$\Sigma F_x: F_5 - F_1 + F_4 \cdot \cos 60^\circ - F_3 \cdot \cos 60^\circ = 0 \quad (7)$$

$$\Sigma F_y: F_3 \cdot \sin 60^\circ + F_4 \cdot \sin 60^\circ - F_2 = 0 \quad (8)$$

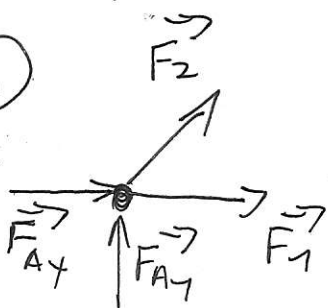
(B)



$$\Sigma F_x: F_4 - F_5 \cdot \cos 30^\circ + F_3 \cdot \cos 60^\circ - F_2 \cdot \cos 60^\circ = 0 \quad (3)$$

$$\Sigma F_y: F_5 \cdot \sin 30^\circ - F_2 \cdot \sin 60^\circ - F_3 \cdot \sin 60^\circ = 0 \quad (4)$$

(A)



$$\Sigma F_x: F_1 + F_2 \cdot \cos 60^\circ + F_{Ax} = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_y: F_2 \cdot \sin 60^\circ + F_{Ay} = 0 \quad (2)$$

4) Statický vztah:

$$p = 2k - 3 \quad \begin{array}{l} p \dots \text{počet prutů} \\ k \dots \text{počet styčnic} \end{array}$$

$$7 = 2 \cdot 5 - 3 = 7$$

$$\underline{7 = 7} \Rightarrow \text{uzavřená stat. učitka}$$

5) Sest. rovnice + vosaři

Patřícné rovnice stat. rovnováhy sestavíme pro jednotlivé styčnické jsou uvaženy výřta, celkem jich je 10, ale vzhledem k tomu, že jsou některé rozdělitelné na 2 části a 3 neznámé ( $F_{Ax}, F_{Ay}, F_B$ ) jsou zřítelné z rovnice rovnováhy konstrukce jako celku, z 10ti rovnic pro ~~uvaž~~ styčnické uvažujeme pouze 7 pro uvažování neznámých sil v prutech  $F_1 \dots F_7$ . Pro rovnice použijeme rovnice (1)-(4) a (6)-(8).

$$(2) \quad \frac{-F_{A7}}{\sin 60^\circ} = +F_2 \Rightarrow \underline{\underline{F_2 = -3,46 \text{ N}}}$$

$$(1) \quad F_1 = -F_2 \cdot \cos 60^\circ - F_{A4} = \dots = \underline{\underline{-13,86 \text{ N}}}$$

$$(4) \quad F_3 = \frac{F_B \cdot \sin 30^\circ - F_2 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 60^\circ} = \dots = \underline{\underline{13,86 \text{ N}}}$$

$$(3) \quad F_7 = F_B \cdot \cos 30^\circ - F_3 \cdot \cos 60^\circ + F_2 \cdot \cos 60^\circ = \dots = \underline{\underline{6,93 \text{ N}}}$$

$$(8) \quad F_4 = \frac{F - F_3 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 60^\circ} = \dots = \underline{\underline{-6,95 \text{ N}}}$$

$$(7) \quad F_5 = F_7 - F_4 \cdot \cos 60^\circ + F_3 \cdot \cos 60^\circ = \dots = \underline{\underline{-3,46 \text{ N}}}$$

$$(6) \quad F_6 = \frac{F}{\sin 60^\circ} = \underline{\underline{6,93 \text{ N}}}$$

Nyní byly určeny vnitřní síly v prutech i ve vazbách s okolím a splňují tak bod a) zadání.

Nejujiče zatíženým prutem (brána absolutní velikost zatížení) je prut 1 a 3  $F_1 = -13,86 \text{ N}$ , resp.  $F_3 = 13,86 \text{ N}$ .

Lahem by šly nahradit pruhy namáhava žbákem, tedy pruhy 1, 2, 4, 5.

V dalším si ještě ukažeme jak by vypadal zápis rovnice statické rovnováhy v maticové formě vhodné pro numerické řešení.

MATICOVÝ ZÁPIS ROVNIC 1-7 pro řešení neznámých  $F_1 \div F_7$

$$\begin{array}{ccccccc}
 F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 & F_6 & F_7 \\
 \left[ \begin{array}{ccccccc}
 1 & \cos 60^\circ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \sin 60^\circ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\cos 60^\circ & \cos 60^\circ & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & -\sin 60^\circ & -\sin 60^\circ & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -\cos 60^\circ & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin 60^\circ & 0 \\
 -1 & 0 & -\cos 60^\circ & \cos 60^\circ & 1 & 0 & 0
 \end{array} \right] \cdot \begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \end{array} = \begin{array}{c} -F_{Ax} \\ -F_{Ay} \\ F_B \cdot \cos 30^\circ \\ -F_B \cdot \sin 30^\circ \\ 0 \\ F \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

Ukázka řešení uvedené soustavy rovnic v prostředí Maple je uvedena v souboru prutovka.mws.