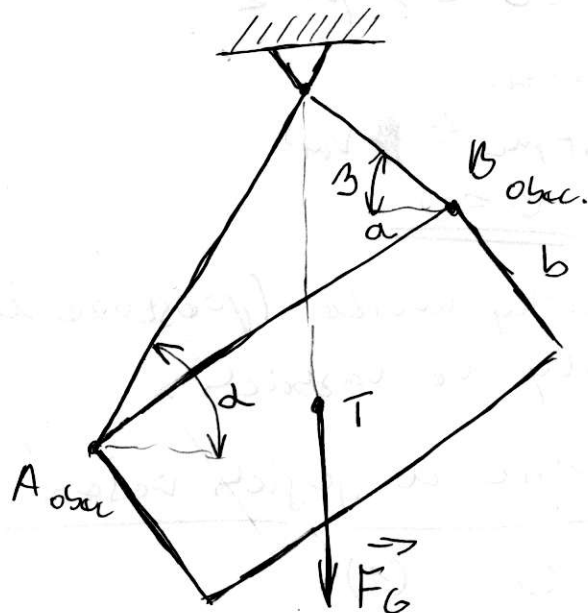


Př.: U tělesa dle obr. uvězte stykovou síly ve vačkách.

①



$$a = 2\text{m}$$

$$b = 1\text{m}$$

$$F_G = 500\text{N}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 50^\circ$$

① Rozbor úlohy

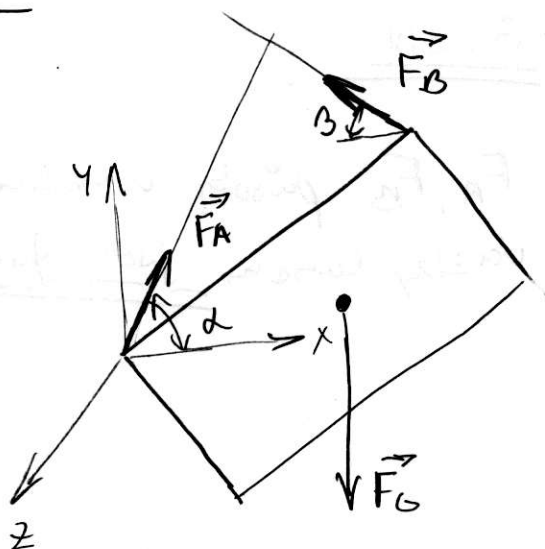
zadání je úplná a správná, úloha je rovinná

② Kin. vazby

$$i = i_v = \sum \xi + \eta = 3 - (1+1) + 0 = 1$$

Těleso má 1°V - může se otáčet kolem osy z.

③ Vvolnění



④ Stat. vazby

a) Klasifikace soustavy a určení počtu použ. podmínek
centrální rovinná síl. soustava

$$V_M = 0 \quad V_F = 2 \Rightarrow V = 2$$

b) Nezávadné parametry : $NP = \{F_A, F_B\}$

$$m_F = 2 \quad m_M = m_V = 0 \Rightarrow \mu = 2$$

c) ověření stat. učitosti:

$$\mu = V$$
$$\underline{\underline{2 = 2}}$$

$$m_M + m_V \leq \mu m$$
$$\underline{\underline{0 = 0}}$$

• těleso je uloženo staticky učitě (přestože $i = 1$) a tudíž jsme schopni učit síly ve vazbách.

⑤ Sestavení stat. rovnic a jejich řešení

$$F_x: F_A \cdot \cos 60 - F_B \cdot \cos 30 = 0 \quad (1)$$

$$F_y: F_A \cdot \sin 60 + F_B \cdot \sin 30 - F_G = 0 \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow F_B = \frac{F_A \cdot \cos 60}{\cos 30}$$

$$(1) \Rightarrow (2) \Rightarrow F_A \cdot \sin 60 + F_A \cdot \frac{\cos 60}{\cos 30} - F_G = 0$$

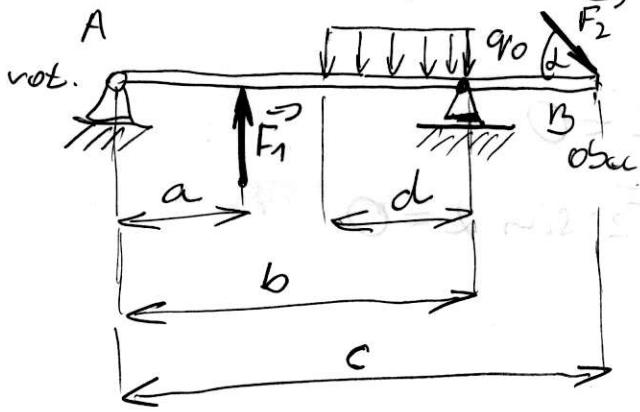
$$\underline{\underline{F_A}} = \frac{F_G}{\sin 60 + \frac{\cos 60 \cdot \sin 30}{\cos 30}} = \frac{500}{\sin 60 + \frac{\cos 60 \cdot \sin 30}{\cos 30}} \doteq \underline{\underline{342 \text{ N}}}$$

$$\underline{\underline{F_B}} = 342 \cdot \frac{\cos 60}{\cos 30} \doteq \underline{\underline{266 \text{ N}}}$$

⑥ Zhodnocení výst.: Síly F_A, F_B působí v navzájemném smyslu
 \Rightarrow vazby lze považovat jako funkční.

Př: Jeli těleso dle obr. uloženo staticky určitě

② určitě stejnové síly ve vazbách



$$F_1 = 2 \text{ kN}$$

$$F_2 = 4 \text{ kN}$$

$$q_0 = 10 \text{ kN/m}$$

$$a = 0,1 \text{ m} \quad b = 0,3 \text{ m}$$

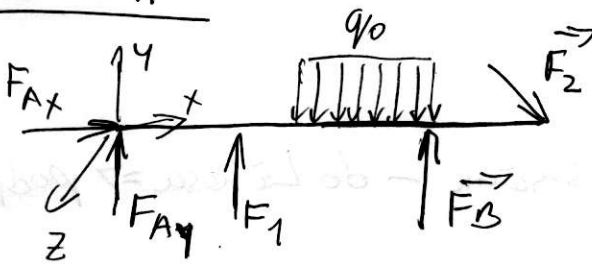
$$L = 0,5 \text{ m} \quad d = 0,1 \text{ m}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

① Rozbor úlohy: soustava rovnic, zadání úplné a správné

② Kin. rozbor: $i = i_v - \sum \xi + \eta = 3 - (2+1) + 0 = 0$

③ Volný úhel: těleso je uloženo nepohyblivě



④ Stat. rozbor

a) $V = 3; \quad V_F = 2; \quad V_M = 1$

b) $N_D = \{F_{Ax}; F_{Ay}; F_B\} \Rightarrow \mu_3 \quad ; \quad \mu_F = 3 \quad \mu_M = 0 \quad \mu_r = 0$

$$\mu = V$$

$$\underline{\underline{3 = 3}}$$

$$\mu_r + \mu_M \leq V_M$$

$$\underline{\underline{0 < 1}}$$

Těleso je zadrženo staticky určitě.

5) Statická rovnice + řešení

$$F_x: F_{Ax} + F_2 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$F_y: F_{Ay} + F_1 - F_q + F_B - F_2 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$M_A: a \cdot F_1 - x_q \cdot F_q + b \cdot F_B - c \cdot F_2 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\text{kde: } F_q = d \cdot q_0$$

$$x_q = \left(b - \frac{d}{2}\right)$$

$$z(1) \underline{F_{Ax}} = -F_2 \cdot \cos \alpha = -4 \cdot \cos 20 = \underline{\underline{-3,96 \text{ kN}}}$$

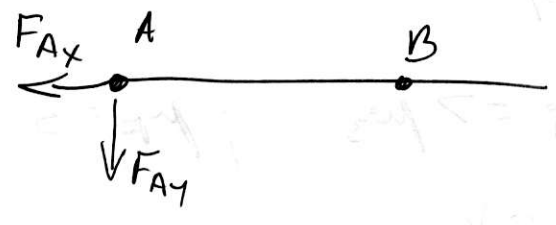
$$z(3) \underline{F_B} = \frac{-a \cdot F_1 + \left(b - \frac{d}{2}\right) \cdot d \cdot q_0 + c \cdot F_2 \cdot \sin \alpha}{b} = \frac{-0,1 \cdot 2 + (0,3 - 0,1) \cdot 0,1 \cdot 10 + 0,5 \cdot 4}{0,3} = \underline{\underline{2,28 \text{ kN}}}$$

$$F_{Ay} = F_2 \cdot \sin \alpha - F_B + d \cdot q_0 - F_1 = 4 \cdot \sin 20 - 2,28 + 0,1 \cdot 10 - 2 = \underline{\underline{-1,91 \text{ kN}}}$$

6) Zhodnocení

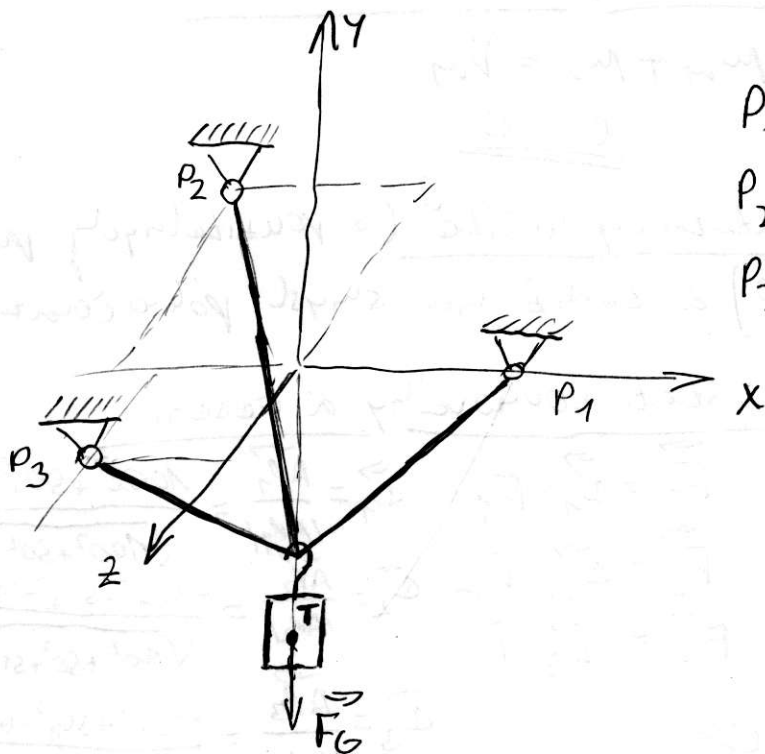
Síla F_B působí ve zvoleném směru - do tělesa \Rightarrow podpora B je funkční.

Síly F_{Ax} a F_{Ay} působí opačně než jak byly uvedeny.



Př.: Ja-li těleso uloženo stat. učitě, učitá síly v lincech (užších)

③



$$P_1 = [100, 0, 0]$$

$$P_2 = [-100, 0, -50]$$

$$P_3 = [20, 0, 60]$$

$$A = [0, -50, 0]$$

$$F_G = 100\text{N}$$

① Rozbor úlohy

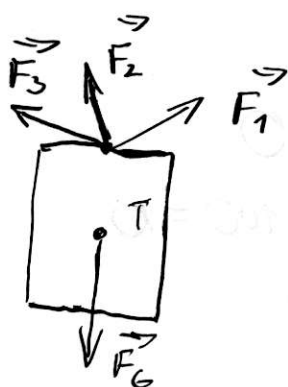
Úloha je prostoroová, zadání je úplné a správné.

② Kinematický vztah

$$i = 6 - (1 + 1 + 1) = 3$$

číslo má 3°V - tři volace

③ Volání



④ Statický vztah

a) počet použitelných podmínek

centrální prostoroová sílová soustava

$$V_F = 3 \quad V_M = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{V = 3} \quad (3 \text{ podm. pro síly: } x, y, z)$$

b) Neznámé nezávislé param.

$$NP = \{F_1, F_2, F_3\}$$

$$M_F = 3 \quad M_M = 0 \quad M_C = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{M = 3}$$

c) Ověření vnitřní podmínky stat. učitosti

$$\frac{\mu = V}{3 = 3}$$

$$M_M + M_U \leq V_M$$

$$0 = 0$$

Těleso je uloženo staticky učitě (z použitelných podmínek jsme schopni určit NP) a tudíž má smysl pokračovat v řešení!

⑤ Sestavení vnitřní stat. rovnice a řešení

$$F_x: \sum F_{xi} = 0$$

$$\vec{F}_1 = \vec{a}_1 \cdot F_1$$

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{AP}_1}{|AP_1|} = \frac{100\vec{i} + 50\vec{j}}{\sqrt{100^2 + 50^2}} = 0,894\vec{i} + 0,447\vec{j}$$

$$F_y: \sum F_{yi} = 0$$

$$\vec{F}_2 = \vec{a}_2 \cdot F_2$$

$$\vec{a}_2 = \frac{\vec{AP}_2}{|AP_2|} = \frac{-100\vec{i} + 50\vec{j} - 50\vec{k}}{\sqrt{100^2 + 50^2 + 50^2}} = -0,816\vec{i} + 0,408\vec{j} - 0,408\vec{k}$$

$$F_z: \sum F_{zi} = 0$$

$$\vec{F}_3 = \vec{a}_3 \cdot F_3$$

$$\vec{a}_3 = \frac{\vec{AP}_3}{|AP_3|} = \frac{-20\vec{i} + 50\vec{j} + 60\vec{k}}{\sqrt{20^2 + 50^2 + 60^2}} = 0,248\vec{i} + 0,62\vec{j} + 0,744\vec{k}$$



$$\vec{F}_1 = F_1 \cdot (0,894; 0,447; 0)$$

$$\vec{F}_2 = F_2 \cdot (-0,816; 0,408; -0,408)$$

$$\vec{F}_3 = F_3 \cdot (-0,248; 0,620; 0,744)$$

$$\vec{F}_G = F_G \cdot (0; -100; 0)$$



$$0,894 \cdot F_1 - 0,816 \cdot F_2 + 0,248 \cdot F_3 = 0$$

$$0,447 \cdot F_1 + 0,408 \cdot F_2 + 0,620 \cdot F_3 - 100 = 0$$

$$0 \cdot F_1 - 0,408 \cdot F_2 + 0,744 \cdot F_3 = 0$$



$$\begin{pmatrix} 0,894 & -0,816 & -0,248 \\ 0,447 & 0,408 & 0,620 \\ 0 & -0,408 & 0,744 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{pmatrix}$$

↓ rozšířená matice soustavy

$$\left(\begin{array}{ccc|c} - & - & - & 0 \\ 0 & 100 & & 0 \\ 0 & & & 0 \end{array} \right) \begin{matrix} \cdot (-0,447) \\ \cdot 0,894 \end{matrix} \downarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0,894 & -0,816 & -0,248 & 0 \\ 0 & 0,730 & 0,443 & 89,4 \\ 0 & -0,408 & 0,744 & 0 \end{array} \right) \begin{matrix} \\ \cdot 0,408 \\ \cdot 0,530 \end{matrix}$$

$$\approx \left(\begin{array}{ccc|c} 0,894 & -0,816 & -0,248 & 0 \\ 0 & 0,430 & 0,443 & 89,4 \\ 0 & 0 & 0,424 & 36,5 \end{array} \right)$$


⇓

$$F_3 = \frac{36,5}{0,424} = \underline{\underline{86,1\text{N}}}$$

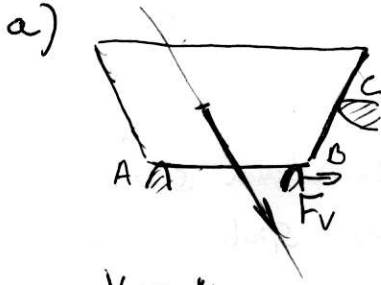
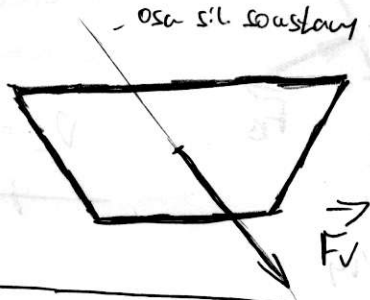
$$F_2 = \frac{89,4 - 0,443 \cdot F_3}{0,430} = \underline{\underline{92\text{N}}}$$

$$F_1 = \frac{-0,816 \cdot F_2 + 0,248 \cdot F_3}{0,894} = \underline{\underline{98\text{N}}}$$

⑥ Zhodnocení výsledku

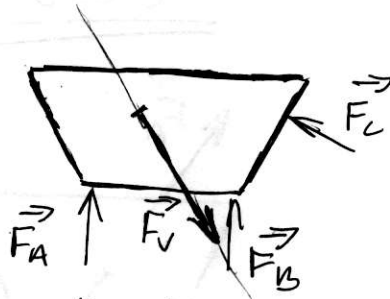
všechny síly působí ve směru „ven“ z tělesa \Rightarrow cazby lapan jeon
fuškeri! 

Př: Doplněte vazby tak, aby těleso bylo uloženo staticky určitě.
 (4)



$$V = \mu$$

$$\underline{\underline{3 = 3}}$$

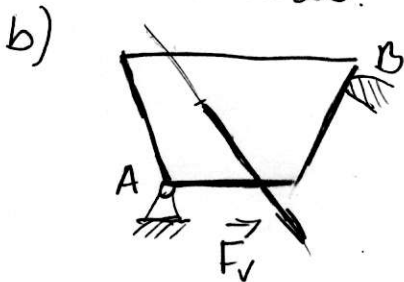


$$\mu_M + \mu_L \leq \nu_M$$

$$\underline{\underline{0 \leq 1}}$$

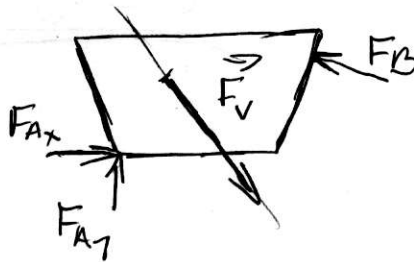
obecná
vazba
sílová soustava

Pozn.: podpory můžeme nahradit vazbami lanoem na opačné straně tělesa.



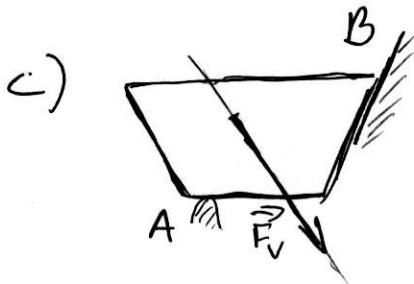
$$\mu = \nu$$

$$\underline{\underline{3 = 3}}$$



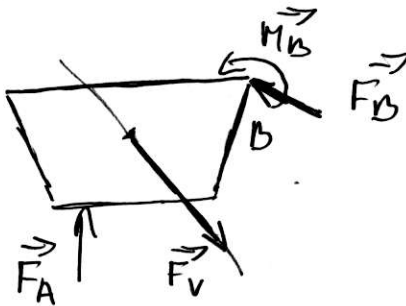
$$\mu_M + \mu_L \leq \nu_M$$

$$\underline{\underline{0 < 1}}$$



$$\mu = \nu$$

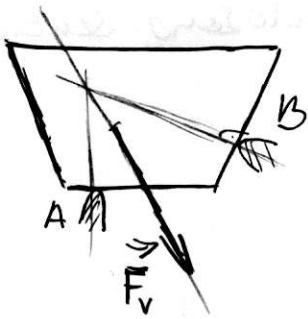
$$\underline{\underline{3 = 3}}$$



$$\mu_M + \mu_L \leq \nu_M$$

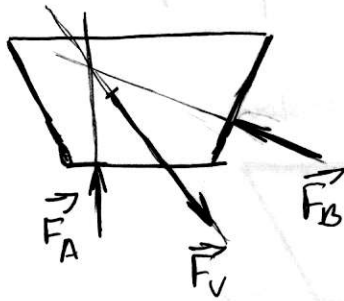
$$\underline{\underline{1 \leq 1}}$$

d)



$$\mu = V$$

$$2 = 2$$



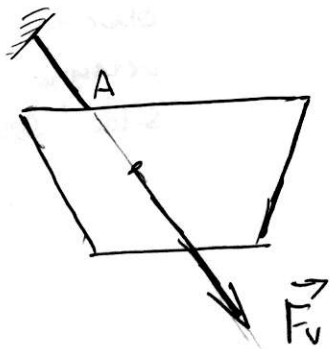
$$M_M + M_V \leq V_M$$

$$0 \leq 0$$

centrální
roviná
sílová soustava

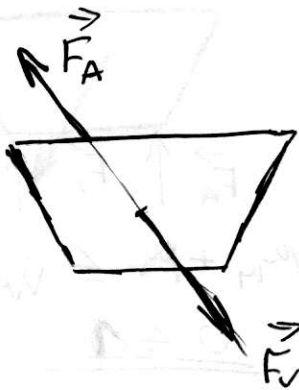
$$V_F = 2 \quad V_M = 0$$

e)



$$\mu = V$$

$$1 = 1$$



$$M_M + M_V \leq V_M$$

$$0 = 0$$

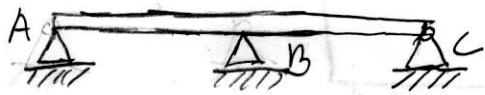
soustava sil
na společné nosičce

$$V_F = 1 \quad V_M = 0$$

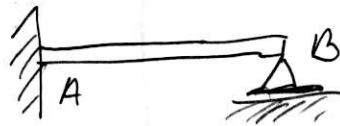
Pri: Určete případ uložení tělesa

⑤

a) statická neuvěitost



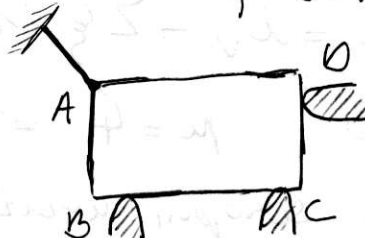
$$\sum \xi = 2 + 1 + 1$$



$$\sum \xi = 3 + 1$$



$$\sum \xi = 2 + 2$$



$$\sum \xi = 1 + 1 + 1 + 1$$

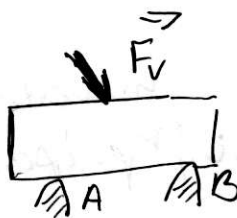
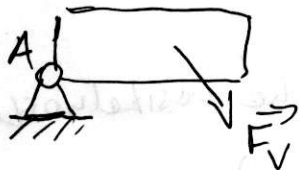
$$i = i_v - \sum \xi + \eta = 3 - 4 + 1 = 0$$

$$v = 3 \quad m = 4 \Rightarrow v \neq m \Rightarrow s = m - v = 4 - 3 = 1$$

$$\underline{m = v}$$

Těleso je uloženo 1x staticky neuvěitě

b) statická přeuvěitost



$$i = i_v - \sum \xi + \eta = 3 - 2 + 0 = 1$$

$$v = 3 \quad m = 2 \Rightarrow v \neq m$$

$m < v \Rightarrow$ staticky přeuvěitě

c) staticky uýjimkové případy!



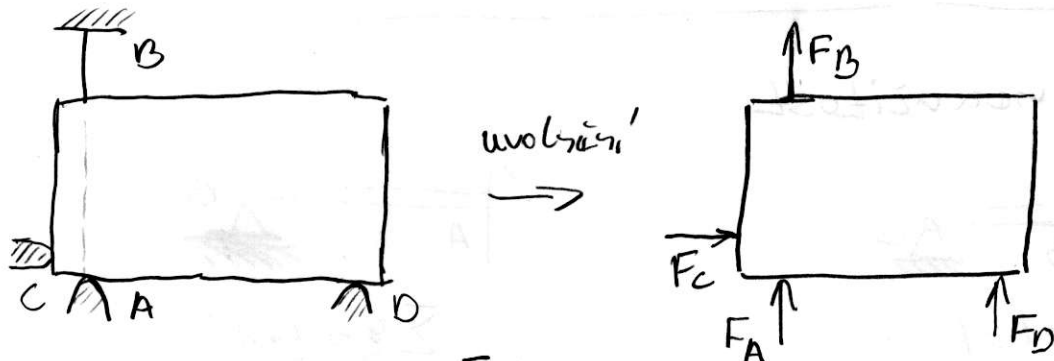
$$i = i_v - \sum \xi + \eta = 3 - 3 + 1 = 1$$



! $v = 3 \quad m = 3 \Rightarrow v = m \quad m_m + m_v \leq v_m \quad ?$

to je spouhá neboť uědy v jednom směru není zabráněno pohybu a tak $v = 2!$

d) Staticky výjimečný naurčitý případ



$$i = i_v - \sum \xi + \eta = 3 - 4 + 1 = \underline{\underline{0}}$$

$$v = 3 \quad \mu = 4 \Rightarrow \mu > v$$

ale jsme schopni určit množství modifikovaných parametrů:

$$ND_v = \{ F_{A+B}, F_C, F_D \} \quad \text{kde} \quad F_{A+B} = F_A + F_B$$

$$\Downarrow$$

$$\mu_v$$

$$\Downarrow$$

$$\mu_v = v \Rightarrow s_v = \mu_v - v = 0 \quad (\text{nemusí platit vždy } (s_v > 0))$$

$$\Downarrow$$

staticky výjimečný naurčitý případ s minou statické řešitelnosti $s_v = 0$
 (pozn.: Ten umíme ve staticce vyřešit ($s_v = 0$), ale pouze F_{A+B}, F_C, F_D)