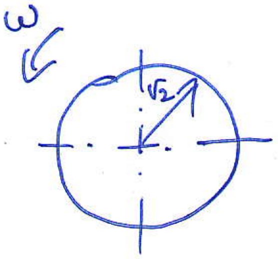
Př.: U rotujícího disku bez vnitřního otvoru určete:

a) otáčky při kterých dojde k překročení m.s. pružnosti

b) zda je možné dosáhnout plastické deformace v celém objemu disku jeho rotací. Pokud ano, určete potřebné otáčky disku

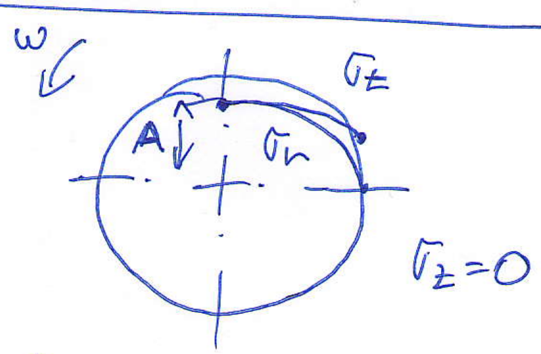
c) otáčky, při kterých dojde k roztržení disku

Disk je vyroben z mědi. $\sigma_K = 60\,MPa$; $\sigma_{Pt} = 220\,MPa$; $\mu = 0{,}35$; $\rho = 8940\,kg/m^3$; $r_2 = 0{,}2\,m$



OP: $r = r_2 : \sigma_r = 0$

$r = 0 : B = 0^*$



$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} - \frac{3+\mu}{8}\rho\omega^2 r^2$$

$$\sigma_t = A + \frac{B}{r^2} - \frac{1+3\mu}{8}\rho\omega^2 r^2$$

* plyne z požadavku na konečnost napětí ve středu disku

z 1. OP $\Rightarrow r = r_2$: $\sigma_r(r=r_2) = A - \frac{3+\mu}{8}\rho\omega^2 r_2^2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow A = \frac{3+\mu}{8}\rho\omega^2 r_2^2$$

a) Kritické místo je uprostřed disku, tedy pro $r=0$ musí platit $\sigma_{red} = \sigma_K$. σ_{red} můžeme určit např. z podmínky max τ, tedy:

$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3$. $\sigma_3 = \sigma_z = 0$; $\sigma_1 = \sigma_r(r=0) = \sigma_t(r=0) = A$

$A = \sigma_K$, tedy: $\frac{3+\mu}{8}\rho\omega^2 r_2^2 = \sigma_K$

$$\omega = \sqrt{\frac{8\sigma_K}{(3+\mu)\rho r_2^2}} = \sqrt{\frac{8\cdot 60\cdot 10^6}{(3+0{,}35)\cdot 8940\cdot 0{,}2^2}} \doteq 633\,rad\cdot s^{-1}$$

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{633}{2\pi} \doteq 101\,s^{-1}$$

K překročení m.s. pružnosti dojde při $n = 101\,s^{-1}$.

b) pro dosažení plast. deformace v celém objemu musí být minimální $\sigma_{red} = \sigma_K$. Nejmenší hodnota σ_{red} bude na povrchu disku, tedy:

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_t(r=r_2) - \underset{=0}{\sigma_z} = \sigma_K$$

$$\sigma_t = A - \frac{1+3\mu}{8}\rho\omega^2 r^2$$

$$\sigma_t(r=r_2) = A - \frac{1+3\mu}{8}\rho\omega^2 \cdot r_2^2 = \sigma_K$$

$$\underbrace{\frac{3+\mu}{8}\rho\omega^2 r_2^2}_{A} - \frac{1+3\mu}{8}\rho\omega^2 r_2^2 = \sigma_K$$

$$\frac{1-\mu}{4}\rho\omega^2 r_2^2 = \sigma_K \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4\sigma_K}{(1-\mu)\rho r_2^2}} = \sqrt{\frac{4\cdot 60\cdot 10^6}{(1-0{,}35)\cdot 8940\cdot 0{,}2^2}} = \underline{\underline{1016\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}}}$$

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1016}{2\pi} \doteq \underline{\underline{162\ s^{-1}}}$$

Ke zplastizování kotouče v celém objemu by došlo při $n = 162\ s^{-1}$! Ještě ověříme jestli je možno teoreticky tohoto stavu dosáhnout aniž by se disk roztrhl. $\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_r(r=0) - \sigma_z$

$$\sigma_r(r=0) \leq \sigma_{Pt}, \quad \text{tedy: } A \leq \sigma_{Pt}$$

$$A = \frac{3+0{,}35}{8}\, 8940\cdot 1016^2\cdot 0{,}2^2 \doteq \underline{155\ MPa < 220\ MPa\ (\sigma_{Pt})}$$

$\Rightarrow$ výše popsaný stav je teoreticky možný.

c) k roztržení disku dojde při překročení meze pevnosti v nejnamáhanějším místě, tj. pro $r = 0$.

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_r(r=0) - \sigma_z = \sigma_{Pt}$$

$$\sigma_r(r=0) = \sigma_{Pt}, \quad \text{tedy } A = \sigma_{Pt}; \quad \frac{3+\mu}{8}\rho\omega^2 r_2^2 = \sigma_{Pt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{8\sigma_{Pt}}{(3+0{,}35)\cdot 8940\cdot 0{,}2^2}} = \sqrt{\frac{8\cdot 220\cdot 10^6}{(3+0{,}35)\cdot 8940\cdot 0{,}2^2}} \doteq \underline{1212\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}}$$

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1212}{2\pi} \doteq \underline{\underline{193\ s^{-1}}}$$

K roztržení disku by došlo při $n = 193\ s^{-1}$.