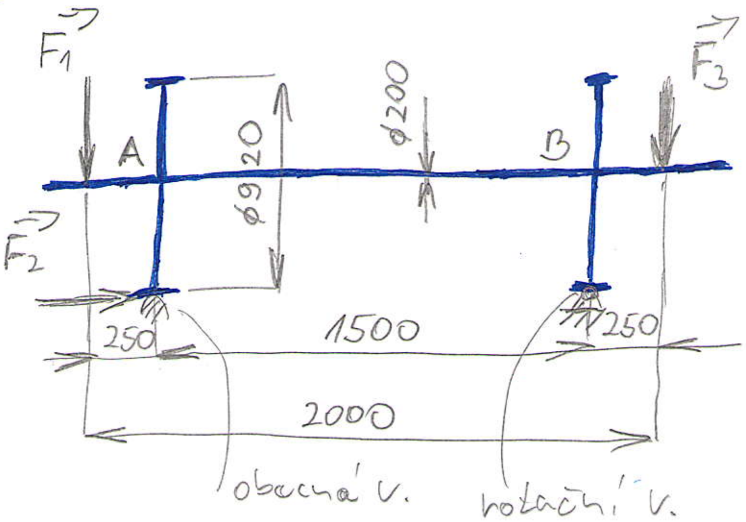
Př.: Rozhodněte o chování defektu v nejnebezpečnějším místě ~~vl~~ vlakového dvojkolí (náprava i s koly).

SCHEMA DVOJKOLÍ:




Uvažujte rozměry, zatížení a vazby dle schématu.

$F_1 = 150\,kN$; $F_2 = 50\,kN$

$F_3 = 100\,kN$; síly mají míjivý char.

⌀ kola je 920 mm

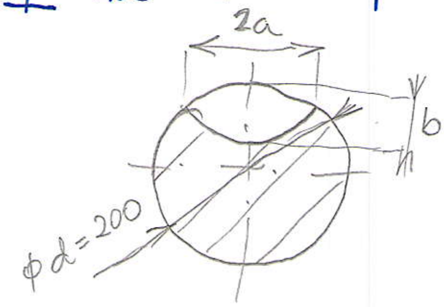
⌀ nápravy (všude stejný) 200 mm

$K_{apz} = 5\,MPa\sqrt{m}$; $K_{IC} = 30\,MPa\sqrt{m}$

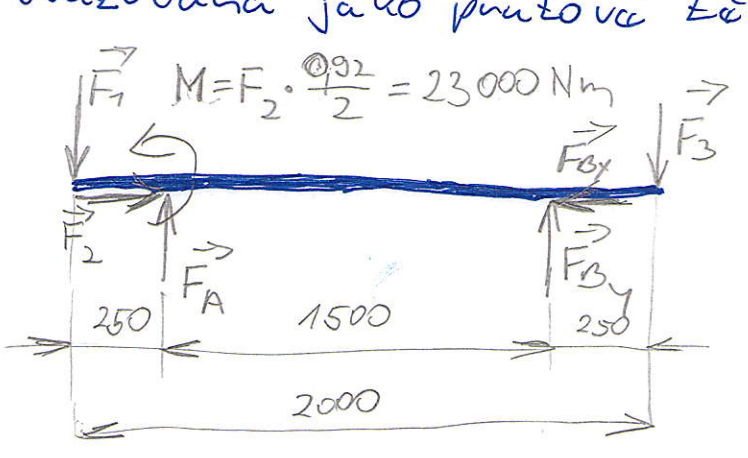
Tvar předpokládaného defektu:

- poloeliptická trhlina $\perp$ na osu nápravy o rozměrech

$b = 1{,}5\,mm$; $a = 1{,}5\,mm$




V následujícím budeme předpokládat, že nebezpečné místo se nachází na nápravě. Uvolněná náprava uvažovaná jako prutové těleso vypadá pak následovně:





$NP = \{F_A; F_{Bx}; F_{By}\}$

$\mu = 3 \quad \nu = 3$ (rovinná úloha)

$\mu = \nu \quad \mu_m + \mu_n \leq \nu_m$

$3 = 3 \quad 0 + 0 < 1$

$\Rightarrow$ úloha je staticky určitá

$$\sum F_x: \; F_2 - F_{Bx} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{F_{Bx} = F_2 = 50\,kN}}$$

$$\sum F_y: \; F_A + F_{By} - F_1 - F_3 = 0$$

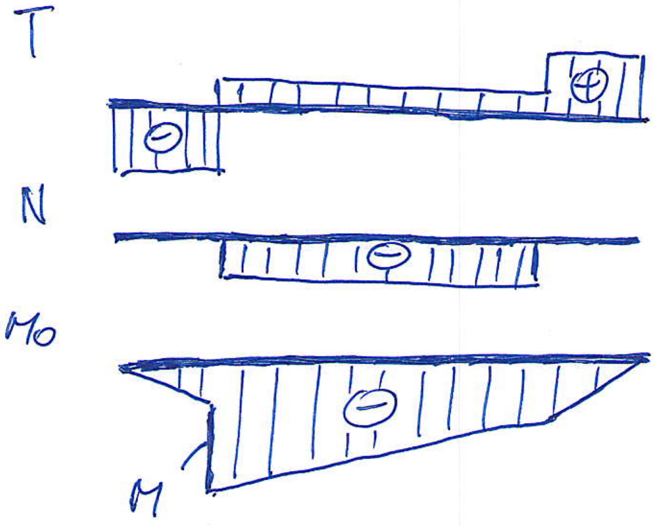
$$\sum M_A: \; F_1 \cdot 0{,}25 + M + F_{By} \cdot 1{,}5 - F_3 \cdot 1{,}75 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F_{By}}} = \frac{1{,}75 F_3 - M - 0{,}25 \cdot F_1}{1{,}5} =$$

$$= \frac{1{,}75 \cdot 100\,000 - 23000 - 0{,}25 \cdot 150\,000}{1{,}5} \doteq \underline{\underline{76\,333\,N}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F_A}} = F_1 + F_3 - F_{By} = 150\,000 + 100\,000 - 76\,333 = \underline{\underline{173\,667\,N}}$$

<u>VVÚ:</u>




Na základě VVÚ je nebezpečným místem místo A, když se do něj blížíme z prava.

Pos. sílu T pro následující úvahy vynecháme.

Napětí v nebezpečném místě:

$$\sigma_{O,A} = \frac{Mo_A}{W_O} = \frac{F_1 \cdot 0{,}25 + M}{\frac{\pi d^3}{32}} =$$

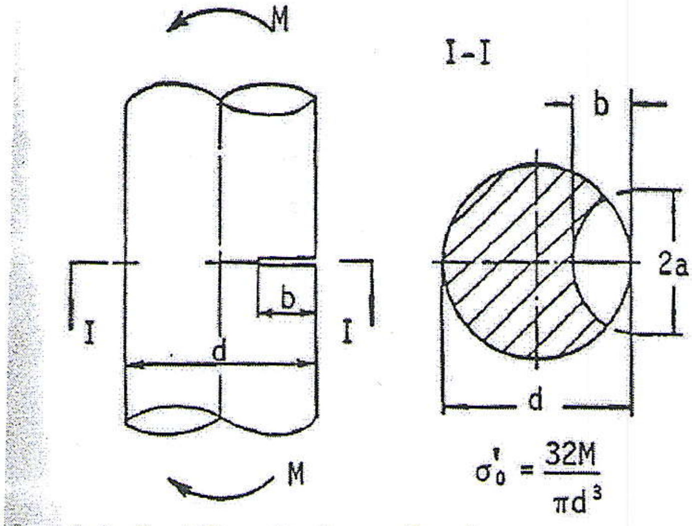
$$= \frac{150\,000 \cdot 0{,}25 + 23000}{\frac{\pi \cdot 0{,}2^3}{32}} =$$

$$\doteq 77 \cdot 10^6\,Pa = \underline{\underline{77\,MPa}}$$

$$\sigma_{N,A} = \frac{N}{S} = \frac{-F_2}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{-50\,000}{\frac{\pi \cdot 0{,}2^2}{4}} =$$

$$= 1{,}6 \cdot 10^6\,Pa = \underline{\underline{1{,}6\,MPa}}$$

Normálové napětí je velmi malé, navíc nám „pomáhá" zavírat případnou trhlinu. V dalším ho nebudeme uvažovat. Toto zjednodušení je možné, protože je konzervativní, navíc je hodnota $\sigma_{N,A}$ zanedbatelná vůči $\sigma_{O,A}$.




(a) Problem to be solved

$$K^{B}_{I,3} = \sigma'_0 \sqrt{\pi b}\, F^{B}_{I,3} \quad , \quad \sigma'_0 = \frac{32M}{\pi d^3}$$

Table Dimensionless stress intensity factors for a semi-elliptical surface crack in a shaft under bending : $F^{B}_{I,3}$

| b/d \ b/a | 0.000 | 0.100 | 0.200 | 0.300 | 0.400 | 0.500 | 0.600 | 0.700 | 0.800 | 0.900 | 1.000 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.000 | 1.123 | 1.092 | 1.048 | 0.996 | 0.940 | 0.884 | 0.829 | 0.778 | 0.733 | 0.694 | $\boxed{0.661}$ |
| 0.010 | 1.116 | 1.085 | 1.041 | 0.990 | 0.934 | 0.878 | 0.824 | 0.774 | 0.729 | 0.690 | $\boxed{0.656}$ |
| 0.020 | 1.108 | 1.077 | 1.034 | 0.982 | 0.927 | 0.871 | 0.818 | 0.768 | 0.723 | 0.684 | 0.651 |
| 0.030 | 1.098 | 1.068 | 1.025 | 0.974 | 0.919 | 0.864 | 0.811 | 0.761 | 0.717 | 0.678 | 0.646 |
| 0.040 | 1.088 | 1.058 | 1.015 | 0.965 | 0.911 | 0.856 | 0.803 | 0.754 | 0.710 | 0.672 | 0.640 |
| 0.050 | 1.077 | 1.047 | 1.005 | 0.955 | 0.902 | 0.848 | 0.795 | 0.747 | 0.703 | 0.666 | 0.634 |
| 0.060 | 1.066 | 1.037 | 0.995 | 0.946 | 0.893 | 0.839 | 0.787 | 0.739 | 0.696 | 0.659 | 0.627 |
| 0.070 | 1.055 | 1.026 | 0.985 | 0.936 | 0.884 | 0.830 | 0.779 | 0.732 | 0.689 | 0.652 | 0.621 |
| 0.080 | 1.045 | 1.016 | 0.975 | 0.927 | 0.875 | 0.822 | 0.771 | 0.724 | 0.682 | 0.645 | 0.614 |
| 0.090 | 1.034 | 1.005 | 0.965 | 0.917 | 0.866 | 0.814 | 0.763 | 0.717 | 0.675 | 0.639 | 0.608 |
| 0.100 | 1.024 | 0.996 | 0.956 | 0.908 | 0.857 | 0.806 | 0.756 | 0.710 | 0.669 | 0.633 | 0.602 |
| 0.110 | 1.014 | 0.986 | 0.947 | 0.900 | 0.849 | 0.798 | 0.749 | 0.703 | 0.662 | 0.627 | 0.597 |
| 0.120 | 1.005 | 0.977 | 0.938 | 0.891 | 0.841 | 0.791 | 0.742 | 0.697 | 0.656 | 0.621 | 0.591 |
| 0.130 | 0.996 | 0.968 | 0.929 | 0.883 | 0.834 | 0.784 | 0.735 | 0.690 | 0.650 | 0.615 | 0.586 |
| 0.140 | 0.987 | 0.960 | 0.921 | 0.876 | 0.827 | 0.777 | 0.729 | 0.684 | 0.645 | 0.610 | 0.581 |
| 0.150 | 0.979 | 0.952 | 0.913 | 0.868 | 0.819 | 0.770 | 0.723 | 0.678 | 0.639 | 0.605 | 0.576 |
| 0.160 | 0.970 | 0.943 | 0.906 | 0.861 | 0.812 | 0.764 | 0.716 | 0.673 | 0.634 | 0.600 | 0.571 |
| 0.170 | 0.962 | 0.935 | 0.898 | 0.853 | 0.805 | 0.757 | 0.710 | 0.667 | 0.628 | 0.594 | 0.566 |
| 0.180 | 0.953 | 0.927 | 0.890 | 0.846 | 0.798 | 0.750 | 0.704 | 0.661 | 0.622 | 0.589 | 0.561 |
| 0.190 | 0.944 | 0.918 | 0.881 | 0.838 | 0.791 | 0.743 | 0.697 | 0.655 | 0.617 | 0.584 | 0.556 |
| 0.200 | 0.935 | 0.909 | 0.872 | 0.829 | 0.783 | 0.736 | 0.690 | 0.648 | 0.610 | 0.578 | 0.550 |
| 0.210 | 0.925 | 0.899 | 0.863 | 0.820 | 0.774 | 0.728 | 0.683 | 0.641 | 0.604 | 0.571 | 0.544 |
| 0.220 | 0.913 | 0.888 | 0.852 | 0.810 | 0.765 | 0.719 | 0.674 | 0.633 | 0.596 | 0.564 | 0.537 |
| 0.230 | 0.901 | 0.876 | 0.841 | 0.799 | 0.754 | 0.709 | 0.665 | 0.625 | 0.588 | 0.557 | 0.530 |
| 0.240 | 0.887 | 0.862 | 0.828 | 0.787 | 0.743 | 0.698 | 0.655 | 0.615 | 0.579 | 0.548 | 0.522 |
| 0.250 | 0.871 | 0.847 | 0.813 | 0.773 | 0.729 | 0.686 | 0.643 | 0.604 | 0.569 | 0.538 | 0.513 |

References

[1] Y.Murakami and H.Tsuru, Stress-Intensity Factor Equations for a Semi-Elliptical Surface Crack in a Shaft under Bending, Stress Intensity Factors Handbook, Soc. Mater. Sci., Japan, (1986).

Součinitel intenzity napětí může být odhadnut z předchozí tabulky.

$K_I = \sigma_{0,A} \cdot \sqrt{\pi b} \cdot F^B_{I,3}$ Pro určení bezrozměrná funkce $F^B_{I,3}$ musíme znát poměr $\frac{b}{d} = \frac{1,5}{200} = \underline{7,5 \cdot 10^{-3}}$ a $\frac{b}{a} = \frac{1,5}{1,5} = \underline{1}$.

Poměru $\frac{b}{a} = 1$ odpovídá poslední sloupec tabulky, poměr $\frac{b}{d} = 7,5 \cdot 10^{-3}$ leží mezi hodnotami 1. a 2. řádku. Funkci $F^B_{I,3}$ odhadneme jako $F^B_{I,3} = 0,658$. Potom:

$$K_I = 77 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,0015} \cdot 0,658 \doteq \underline{\underline{3,48 \text{ MPa}\sqrt{m}}}$$

$K_I\ (3,48\ \text{MPa}\sqrt{m}) < K_{apz}\ (5\ \text{MPa}\sqrt{m}) \Rightarrow$ Z defektu se trhlina nebude dále šířit.

---

Ověření oprávněnosti použití K-koncepce:

Budeme uvažovat mez kluzu $\sigma_k = 400$ MPa.

Poloměr plastické zóny před vrcholem trhliny (rov. deformace):

$$r_k = \frac{1}{3\pi} \cdot \left(\frac{K_I}{\sigma_k}\right)^2 = \frac{1}{3\pi} \cdot \left(\frac{3,48}{400}\right)^2 \doteq \underline{8 \cdot 10^{-6} \text{ m}}$$

$r_k\ (8 \cdot 10^{-6}\text{ m}) \ll b\ (1,5 \cdot 10^{-3}\text{ m}) \Rightarrow$ K-koncepci je možné použít.

<u>Závěr</u>: Pokud by v nejnebezpečnějším místě nápravy (A) existoval defekt tvaru trhliny o $a = b = 1,5$ mm, dále by se při daném způsobu zatížení nešířil.