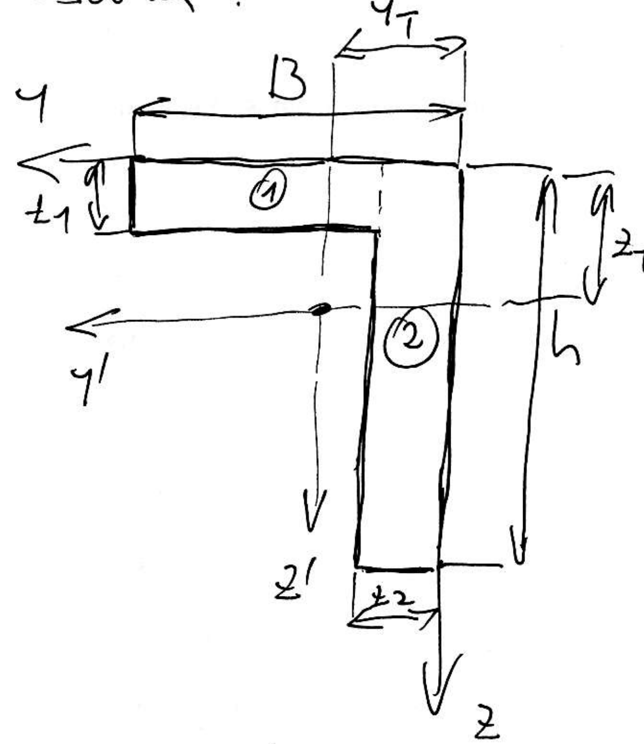
Př.: Vypočítejte osové kvadratické momenty průřezu dle obrázku vzhledem k centrálním osám.



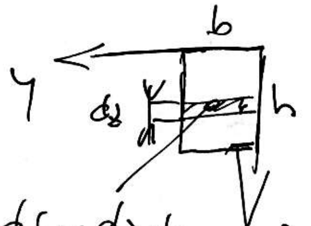
Zadáno: $B = 30\,mm$

$h = 40\,mm$

$t_1 = t_2 = 10\,mm$

Využijeme znalosti z předchozí hodiny a Steinerových vět.

Průřez rozdělíme na podoblasti ① a ②



$dS = dz \cdot b$

$$U_{y\,▭} = \int_0^h z\,dS = \int_0^h z \cdot b\,dz = \frac{h^2 b}{2}$$

$$U_{z\,▭} = \frac{h b^2}{2}$$

$$z_T = \frac{\sum_{i=1}^{n} U_{yi}}{\sum_{i=1}^{n} S_i} = \frac{U_y^{(1)} + U_y^{(2)}}{S^{(1)} + S^{(2)}} = \frac{1000 + 8000}{200 + 400} = 15\,mm$$

$$S^{(1)} = (B - t_2) \cdot t_1 = 20 \cdot 10 = 200\,mm^2$$

$$S^{(2)} = h \cdot t_2 = 40 \cdot 10 = 400\,mm^2$$

$$S = S^{(1)} + S^{(2)} = 200 + 400 = 600\,mm^2$$

$$U_y^{(1)} = \frac{t_1^2 \cdot (B - t_2)}{2} = \frac{10^2 \cdot 20}{2} = 1000\,mm^3$$

$$U_y^{(2)} = \frac{h^2 \cdot t_2}{2} = \frac{40^2 \cdot 10}{2} = 8000\,mm^3$$

$$U_z^{(1)} = \frac{t_1 \cdot (B - t_2)^2}{2} + t_2 \cdot S^{(1)} = \frac{10 \cdot 20^2}{2} + 10 \cdot 10 \cdot 20 = 4000\,mm^3$$

$$U_z^{(2)} = \frac{t_2^2 \cdot h}{2} = \frac{10^2 \cdot 40}{2} = 2000\,mm^3$$

$$U_z = U_z^{(1)} + U_z^{(2)} = 4000 + 2000 = 6000\,mm^3$$

$$y_T = \frac{U_z^{(1)} + U_z^{(2)}}{S^{(1)} + S^{(2)}} = \frac{6000}{600} = \underline{10\,mm}$$

2

Výpočet provedeme pro těžiště oblastí ① a ②, výsledné hodnoty poté transformujeme do těžiště celého průřezu.

$$J_y^{(1)} = \frac{t_1^3 \cdot (B - t_2)}{12} = \frac{10^3 \cdot 20}{12} = 1666{,}7 \text{ mm}^4$$

$$J_z^{(1)} = \frac{\left(\frac{(B - t_2)}{}\right)^3 \cdot t_1}{12} = \frac{10^3 \cdot 10}{12} = 6666{,}7 \text{ mm}^4$$

$$J_{y'}^{(1)} = J_y^{(1)} + (15-5)^2 \cdot S^{(1)} = 1666{,}7 + 20\,000 = 21\,666{,}7 \text{ mm}^4$$

$$J_{z'}^{(1)} = J_z^{(1)} + (20-10)^2 \cdot S^{(1)} = 6\,666{,}7 + 20\,000 = 26\,666{,}7 \text{ mm}^4$$

$$J_y^{(2)} = \frac{h^3 \cdot t_2}{12} = \frac{40^3 \cdot 10}{12} = 53\,333{,}3 \text{ mm}^4$$

$$J_z^{(2)} = \frac{h \cdot t_2^3}{12} = \frac{40 \cdot 10^3}{12} = 3333{,}3 \text{ mm}^4$$

$$J_{y'}^{(2)} = J_y^{(2)} + 5^2 \cdot S^{(2)} = 53\,333{,}3 + 10\,000 = 63\,333{,}3 \text{ mm}^4$$

$$J_{z'}^{(2)} = J_z^{(2)} + 5^2 \cdot S^{(2)} = 3333{,}3 + 10\,000 = 13\,333{,}3 \text{ mm}^4$$

$$J_{y'} = J_{y'}^{(1)} + J_{y'}^{(2)} = 21\,666{,}7 + 63\,333{,}3 = \underline{\underline{85\,000 \text{ mm}^4}}$$

$$J_{z'} = J_{z'}^{(1)} + J_{z'}^{(2)} = 26\,666{,}7 + 13\,333{,}3 = \underline{\underline{40\,000 \text{ mm}^4}}$$