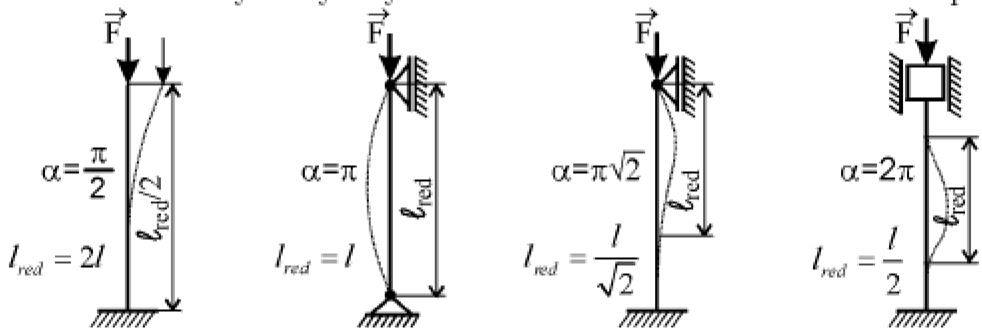
15.2. Kritická síla vzpěru u vázaného prutu

Doposud jsme se zabývali nejjednodušším případem - volným prutem, zatíženým dvěma rovnovážnými silami na společné nositelce. V literatuře (např. [1]) je odvozen vztah pro kritickou sílu pro vázaný prut ve tvaru

$$\boxed{F_{kr} = \alpha^2 \frac{EJ_2}{l^2}} \quad \text{nebo} \quad \boxed{F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_2}{l_{red}^2}.}$$

Veličina α je dána uložením prutu (v případě prutu volného $\alpha = \pi$), redukovaná délka se stanoví podle obrázku. Je to délka volného prutu, jehož kritická síla odpovídá kritické síle zadaného vázaného prutu. Protože v koncových bodech volného prutu je nulový ohybový moment i v prohnutém stavu, odpovídá redukovaná délka vzdálenosti dvou nejbližších bodů s nulovým ohybovým momentem na deformované střednici prutu.



Odvozené vztahy platí pro ideální a ideálně zatížený prut, pro nějž určíme bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability ze vztahu

$$k_V = \frac{F_{kr}}{F}.$$

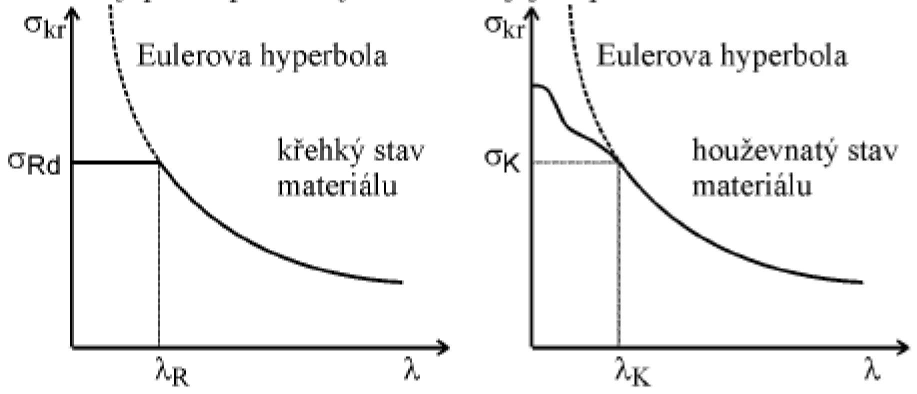
Jsou-li odchylky od přepokladů nepodstatné, je možné použít tuto kritickou sílu i pro posouzení bezpečnosti reálného prutu. Je ovšem třeba volit vyšší hodnoty bezpečnosti, obvykle $k_V \in \langle 3; 5 \rangle$. Na druhé straně, jsou-li odchylky od předpokladů ideálního vzpěru podstatné, dochází při zatěžování prutu od samého začátku ke spojitému růstu průhybu, jedná se tedy o kombinaci tlaku a ohybu - mezní stav vzpěrné stability vůbec nenastane.

15.3. Tlakové namáhání prutu ze skutečného materiálu

Až doposud jsme předpokládali, že chování materiálu při jednoosé napjatosti je popsáno lineární neohraničenou závislostí $\sigma = E\varepsilon$ a nevznikají tedy ani plastické deformace, ani porušení spojitosti (lom) prutu. Nejjednoduššími výpočtovými modely skutečného materiálu jsou buď materiál houževnatý s výraznou mezí kluzu σ_K nebo materiál křehký, u něhož při $|\sigma| = \sigma_{Rd}$ nastává náhle křehký lom. Napětí v bodě rozdvojení rovnováhy má velikost

$$\sigma_{kr} = \frac{|N|}{S} = \frac{F_{kr}}{S} = \alpha^2 \frac{EJ_2}{l^2 S} = \alpha^2 \frac{E}{\lambda^2}, \quad \text{kde } \lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J_2}{S}}} = \frac{l}{i} \quad \text{je tzv. štíhlost prutu.}$$

Veličina $i = \sqrt{\dfrac{J_2}{S}}$ se nazývá poloměr osového kvadratického momentu a slouží pro porovnání tloušťky prutů při různých tvarech jejich průřezů.



Závislost tlakového napětí σ_{kr} v bodě rozdvojení rovnováhy na štíhlosti prutu λ je hyperbolou vyššího stupně (Eulerova hyperbola). Odvozený vztah pro kritickou sílu vzpěru platí jen tehdy, je-li σ_{kr} menší než mez lineárního chování materiálu. Rovnosti obou těchto hodnot odpovídá kritická štíhlost prutu, kterou označíme λ_R nebo λ_K podle typu chování materiálu.

a) Křehký materiál:
Vybočení prutu může nastat, pokud $\sigma_{Rd} > \sigma_{kr} = \alpha^2 \dfrac{E}{\lambda^2}$, tj. pro štíhlost prutu $\lambda > \alpha\sqrt{\dfrac{E}{\sigma_{Rd}}} = \lambda_R$. Pro $\lambda < \lambda_R$ nastává porušení prutu křehkým lomem.

b) Houževnatý materiál:
Pružný vzpěr může nastat, pokud $\sigma_K > \sigma_{kr} = \alpha^2 \dfrac{E}{\lambda^2}$, tj. pro štíhlost prutu $\lambda > \alpha\sqrt{\dfrac{E}{\sigma_K}} = \lambda_K$. Pro $\lambda < \lambda_K$ nastává mezní stav pružnosti prutu dříve než mezní stav vzpěrné stability. I pak může nastat ztráta vzpěrné stability, ale jedná se již o chování pružně plastické, pro něž odvozené vztahy neplatí.

Při řešení úloh s pruty zatíženými tlakem musíme rozhodnout, který z možných mezních stavů nastane. Uvedeme si příklad pro prut z materiálu v houževnatém stavu. V běžných konstrukcích nepřipouštíme vznik trvalých deformací ani prohýbání prutů. Pak musí být splněno:

a) pro $\lambda > \lambda_K \;\Rightarrow\;$ rozhodující je mezní stav vzpěrné stability, $F_{kr} = \alpha^2 \dfrac{EJ_2}{l^2}$ a bezpečnost vzhledem k meznímu stavu vzpěrné stability bude $k_v = \dfrac{F_{kr}}{F}$,

b) pro $\lambda < \lambda_K \;\Rightarrow\;$ rozhodující je mezní stav pružnosti a bezpečnost vzhledem k meznímu stavu pružnosti bude $k_K = \dfrac{\sigma_K}{\sigma_{\max}}$.

Převzato a upraveno z: **Horníková, Burša, Janíček, Šandera: Pružnost a pevnost I**, str. 95-97, ISBN: 80-7204-268-8, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o, Brno, 2003.